

Príklad 1. (3 body)

Definičný obor funkcie $y = \sqrt{\ln(2-x)}$ je

- a) $(-\infty, 2)$ b) \mathbf{R} c) $< 0, \infty)$ d) $(0, \infty)$ e) $(-\infty, 1 >$

Príklad 2. (3 body)

Päť chlapcov a tri dievčatá majú hrať tenisový turnaj vo štvorhrách tak, že každý dievčenský pár sa stretne s každým chlapčenským párom práve v jednom zápase. Ktorá z uvedených možností sa nerovná počtu turnajových zápasov?

a) $C_2(5) \cdot C_2(3)$

b) $\binom{5}{2} \cdot \binom{3}{2}$

c) 30

d) $\frac{5!}{3!2!} \cdot \frac{3!}{2!1!}$

e) 60

Príklad 3. (2 body)

Pre ktorú hodnotu parametra c nemá sústava rovníc

$$cx - 4y = 1$$

$$-2x + 8y = -3$$

riešenie?

- a) $c = 0$ b) $c = -1$ c) $c = 1$ d) $|c| = 1$ e) také c neexistuje

Príklad 4. (2 body)

Riešením nerovnice $|x-5| - |2x+4| \geq 7$ je

a) \emptyset

b) uzavretý interval nenulovej dĺžky

c) zjednotenie dvoch rôznych intervalov

d) interval typu $< a, \infty)$, kde $a \in \mathbf{R}$

e) jediné x

Príklad 5. (2 body)

Obsah S štvorca so stranou a môžeme vyjadriť ako funkciu jeho uhlopriečky u takto:

a) $S = \frac{u^2}{2}$ b) $S = \frac{a^2}{4}$ c) $S = \frac{2u^2}{3}$ d) $S = \frac{a^2}{2}$ e) $S = 1 - \frac{a^2}{2}$

Príklad 6. (2 body)

Súčet geometrickej postupnosti $1 + 4 + 4^2 + 4^3 + \dots + 4^{100}$ je rovný číslu

a) 4^{101} b) $400!$ c) $\frac{4^{100} + 1}{2}$ d) $\frac{4^{101} - 1}{3}$ e) 101^4

Príklad 7. (3 body)

Loď je trikrát taká stará ako kotel. O desať rokov bude loď dvakrát taká stará ako kotel. Teraz má loď

- a) 25 rokov
- b) toľko rokov, koľko bude mať kotel, keď bude dvakrát taký starý ako je teraz
- c) o 20 rokov viac ako kotel
- d) – 5 rokov
- e) o 20 rokov menej než toľko, koľko bude mať, keď bude dvakrát taká stará ako je teraz

Príklad 8. (3 body)

Číslo 123 má v dvojkovej sústave zápis

a) 1111011 b) 321 c) 1000 d) 1110111 e) 101111

Príklad 9. (2 body)

Priamka $y = 4x - 3$ pretína os x v bode

a) $\left[\frac{3}{4}, 0\right]$ b) $[0, -3]$ c) $[1, 1]$ d) $\left[0, \frac{3}{2}\right]$ e) priamka os x nepretína

Príklad 10. (2 body)

Ktorá z uvedených množín je nekonečná?

- a) množina všetkých deliteľov čísel 10^{10} a $10!$
- b) množina všetkých plošných obsahov štvorcov so stranou dĺžky $\sqrt{2}$
- c) množina všetkých násobkov čísel 2 a 3
- d) prázdna množina
- e) množina všetkých riešení nerovnice $|x-1|+|x+1|<0$

Príklad 11. (2 body)

Súčet štyroch za sebou idúcich členov geometrickej postupnosti je 40. Posledný člen je dvadsaťsedemkrát väčší než prvý. Čomu sa rovná druhý člen tejto postupnosti?

- a) 4
- b) 5
- c) -3
- d) 3
- e) -2

Príklad 12. (2 body)

Nerovnica $|bx-3|+11<-2-|x+b|$

- a) nemá riešenie pre žiadne $b \in \mathbf{R}$
- b) má riešenie pre každé $b \in \mathbf{R}$
- c) má riešenie pre $b \in \langle -1,3 \rangle$
- d) má riešenie pre $b \in \left(-\infty, -\frac{11}{2}\right) \cup \left(\frac{5}{2}, 3\right)$
- e) má riešenie pre $b = -3$

Príklad 13. (2 body)

Nech $A = \langle -10, 7 \rangle$, B je množina všetkých prirodzených čísel a C je množina všetkých záporných reálnych čísel. Potom platí

- a) $B \cap C \neq \emptyset$
- b) $A \subset B$
- c) $A \cap B \cap C = \emptyset$
- d) $B \cup C = (-\infty, \infty)$
- e) $A \cap C \subset B$

Príklad 14. (3 body)

Vzdialenosť priamok $y = -3x + 1$ a $6x + 2y + 38 = 0$ je

- a) 0 b) $\frac{21}{8}$ c) 37 d) $2 + \sqrt{3}$ e) $\sqrt{40}$

Príklad 15. (2 body)

Súčet aritmetickej postupnosti $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 199$ je rovný číslu

- a) 5050 b) 4997 c) 8247 d) 10000 e) 519

Príklad 16. (2 body)

Súčin najväčšieho spoločného deliteľa a najmenšieho spoločného násobku čísel 18 a 24 je

- a) 240 b) 360 c) 288 d) 432 e) 864

Príklad 17. (3 body)

Ktorá z uvedených množín má najväčší počet prvkov?

- a) množina všetkých prirodzených deliteľov čísla 180
b) množina prvočísel menších ako 60
c) množina riešení nerovnice $x^2 + 2x + 1 \leq 0$
d) množina prirodzených čísel, pre ktoré platí $n^2 \leq 1225$
e) množina všetkých celých čísel z takých, že $|z| < 20$

Príklad 18. (3 body)

Na ostrove žijú tri kmene. Ľudia z kmeňa Ubu vždy vravia pravdu, ľudia z kmeňa Ntu vždy klamú a ľudia z kmeňa Mga hovoria pravdu len keď stúpa dym zo sopky, inak klamú.

Čo všetko sa dá usúdiť z výrokov jedného z obyvateľov ostrova, keď bezprostredne po sebe povedal: „Ja nebyť Ntu.“, „Ja nebyť Ubu.“

- a) Z vety vyplýva, že je z kmeňa Mga a zo sopky stúpa dym.
b) Z vety vyplýva, že je z kmeňa Mga a zo sopky nestúpa dym.
c) Z vety vyplýva, že je z kmeňa Ubu.
d) Z vety vyplýva, že je z kmeňa Ntu.
e) Z tejto vety sa nedá zistiť žiadna informácia.

Príklad 19. (4 body)

Transpozícia je jednou z metód šifrovania, ktoré môžeme použiť na tajnú komunikáciu. Pod transpozíciou rozumieme preusporiadanie písmen správy, čím vznikne anagram, ktorý sa len ťažko lúšti. Jednoduchý algoritmus na transpozíciu spočíva v preusporiadaní písmen tak, že sa najprv vypíšu písmená na nepárnych pozíciách, a potom písmená na párnych pozíciách. Napr. správa MARINAMOJATEDATAKSMEMY sa zašifruje na MRNMJTDTKMMMAIAOAEAAASEY.

Ak tento postup zovšeobecníme, nemusíme pracovať len s násobkami čísla 2, ale s násobkami ľubovoľného celého čísla p .

Doplňte časti procedúry zasifruj (Obr. 1) označené ?1 a ?2 tak, aby správne vykonávala tento zovšeobecnený algoritmus.

```

procedure zasifruj(sprava: string; var sifra: string; p: integer);
var i, j, n: integer;
begin
  n := length(sprava);           {dlzka spravy}
  sifra := '';                   {na zaciatku - prazdny retazec}
  for i:=1 to p do
  begin
    j := i;
    while ?1 do
    begin
      sifra := sifra + sprava[j];
      ?2;
    end;
  end;
end;

```

Obr. 1 Procedúra zasifruj zapísaná v jazyku Pascal.

- a) ?1: $j < n$?2: $j := j + 1$
 b) ?1: $j < n$?2: $j := j + i * p$
 c) ?1: $j \leq n$?2: $j := j + p$
 d) ?1: $j \leq n$?2: $j := j + 1$
 e) ?1: $j \leq i$?2: $j := j - p$

Príklad 20. (4 body)

Program na generovanie slov (reťazcov znakov) začína generovanie s jednoznakovým reťazcom E. Postupne mení reťazec podľa týchto pravidiel, kde šípka znamená nahradenie:

- $E \rightarrow E + T$
- $E \rightarrow T$
- $T \rightarrow T * F$
- $T \rightarrow F$
- $F \rightarrow (E)$
- $F \rightarrow a$

Program generuje reťazec dovtedy, pokiaľ neobsahuje ani jedno veľké písmeno. V každom kroku vyberie jedno ľubovoľné pravidlo. Z možných podreťazcov, na ktoré sa dá vybrané pravidlo aplikovať, vyberie prvý podreťazec zľava a pravidlo na tento podreťazec aplikuje.

Na koľko krokov je možné odvodiť reťazec $a + (a * a)$?

- a) 13 b) 6 c) 9 d) 14 e) 11

Príklad 21. (4 body)

Program (Obr. 2) po načítaní dvoch čísel dh a hh vypočíta a vypíše hodnotu $pocet$. Predpokladajte, že $hh = 516$. Zistite, čo program robí a aké najväčšie číslo dh musíme zadať, aby program vypísal hodnotu 20. Ktoré z nasledujúcich tvrdení je správne?

Predpokladajte, že funkcia div vykonáva celočíselné delenie a mod zvyšok po delení, napr. $5 \text{ div } 3$ vráti 1 a $5 \text{ mod } 3$ vráti 2.

```
var i, j, dh, hh, pocet: integer;
begin
  pocet := 0;
  read(dh, hh);
  for i:=dh to hh do
  begin
    j := i;
    while j > 0 do
    begin
      if j mod 10 = 5 then pocet := pocet + 1;
      j := j div 10;
    end;
  end;
  writeln(pocet);
end.
```

Obr. 2 Program zapísaný v jazyku Pascal.

- Program zisťuje počet cifier 5 v číslach z celočíselného intervalu $\langle dh, hh \rangle$, $dh = 495$.
- Program zisťuje počet cifier 5 v číslach z celočíselného intervalu $\langle dh, hh \rangle$, $dh = 486$.
- Program zisťuje súčet cifier 5 v číslach z celočíselného intervalu $\langle dh, hh \rangle$, $dh = 476$.
- Program zisťuje počet čísel deliteľných 5 z celočíselného intervalu $\langle dh, hh \rangle$, $dh = 419$.
- Program zisťuje počet čísel deliteľných 5 z celočíselného intervalu $\langle dh, hh \rangle$, $dh = 416$.

Príklad 22. (3 body)

Dvere sa otvárajú zadaním trojbitového kódu pomocou tlačidiel A, B a C. Tento kód je prenášaný pomocou troch vodičov α , β a γ k vstupom zámku dverí a, b, c.

Posledná revízia ukázala, že vodiče sú zle zapojené. Revízna správa obsahuje nasledujúce zistenia:

- Vodič α prenáša hodnotu z tlačidla A, vodič β z tlačidla B a γ z tlačidla C s týmito výnimkami:
 - Ak je zároveň na tlačidlách B aj C nula, potom je na vodiči α opačná hodnota ako na tlačidle A (1 namiesto 0 a naopak).
 - Ak je na tlačidle C jednotka, potom je na vodičoch α a β nula.
- Vodič α je napojený na vstup zámku c, vodič β je zapojený na b a vodič γ na vstup a.
- Napriek všetkým uvedeným chybám, ak bol na tlačidlách A, B, C zadaný správny kód, potom bol správny kód aj na vstupoch zámku a, b, c, t.j. A=a, B=b, C=c.
- Dvere otvára práve jeden kód.

Aký je, na základe informácií z revíznej správy, správny kód, ktorý otvára dvere?

- a) Kód nie je možné zo zadaných údajov jednoznačne zistiť.
- b) A=1, B=1, C=0
- c) A=1, B=0, C=0
- d) A=0, B=0, C=1
- e) A=0, B=1, C=0

Príklad 23. (4 body)

Daná je procedúra P (Obr. 3). Predpokladajte, že v programe je definovaná funkcia:

- znak(i) - vráti i-ty znak abecedy, napr. znak(1) vráti 'A'.

Ktorý z nasledujúcich výrokov je správny pre n = 2?

```
procedure P(n: integer);
begin
  if n >= 0 then
  begin
    write(znak(n + 1));
    P(n - 1);
    write(znak(n + 1));
    P(n - 1);
  end;
end;
```

Obr. 3 Procedúra P zapísaná v jazyku Pascal.

- a) Procedúra P vypíše 12 znakov, z toho 2 znaky C.
- b) Procedúra P vypíše 14 znakov, z toho 2 znaky C.
- c) Procedúra P vypíše 14 znakov, z toho 6 znakov A.
- d) Procedúra P vypíše 12 znakov, z toho 6 znakov A.
- e) Procedúra P sa zacyklí.

Príklad 24. (3 body)

Program v jazyku X na kreslenie pomocou pera pozostáva z príkazov:

- posun dopredu: D_n, f pričom pero nakreslí úsečku, v ktorej strede je krúžok. Parameter n určuje dĺžku nakreslenej úsečky v milimetroch a f určuje farbu krúžka, napr. $D5,2$ znamená nakreslenie úsečky dlhjej 5 mm, v ktorej strede bude krúžok s farbou č. 2. Program môže použiť len farby 1, 2 a 3, pričom ak je v príkaze väčšie číslo, prevedie sa na číslo od 1 do 3 tak, že č. 4 sa prevedie na 1, č. 5 na 2 a pod.
- otočenie doprava: P_n , kde n určuje uhol meraný v stupňoch, napr. $P90$ znamená otočenie o 90 stupňov doprava.

Ďalej je na vyjadrenie opakovania možné nejakú postupnosť znakov a čísel uzatvoriť do zátvoriek a pred zátvorku napísať číslo a znak x , ktoré vyjadrujú, že postupnosť sa bude vykonávať daný počet krát. Napríklad $4x(D5,1 P90)$ predstavuje program, ktorý nakreslí štvorec o veľkosti strán 5 mm, pričom každá strana má v strede krúžok zafarbený farbou č. 1.

Nakoniec je možné v tomto jazyku vyjadriť aj zmenu niektorého parametra, ktorý je v zátvorke a to tak, že za neho napíšeme $+$ a číslo, o ktoré sa má dané číslo zväčšiť vždy na začiatku opakovania. Napríklad $3x(D5+2,2+1)$ nakreslí v prvej iterácii úsečku o dĺžke 5 mm s krúžkom s farbou č. 2, v druhej 7 mm úsečku s krúžkom s farbou č. 3 a v tretej úsečku o dĺžke 9 mm a krúžkom s farbou č. 1.

Predpokladajte, že na začiatku je pero v strede obrazovky a je natočené smerom nahor. Medzery v programe sú použité len kvôli prehľadnosti. Určte počty krúžkov podľa farieb, ktoré vypíše program

$12x(D60+5,2+3 P90) P270 12x(D100-5,1+1 P270)$.

- Počty krúžkov podľa farieb: farba č. 1: 6, farba č. 2: 12, farba č. 3: 6.
- Počty krúžkov podľa farieb: farba č. 1: 8, farba č. 2: 8, farba č. 3: 8.
- Počty krúžkov podľa farieb: farba č. 1: 7, farba č. 2: 5, farba č. 3: 12.
- Počty krúžkov podľa farieb: farba č. 1: 4, farba č. 2: 16, farba č. 3: 4.
- Počty krúžkov podľa farieb: farba č. 1: 6, farba č. 2: 8, farba č. 3: 10.