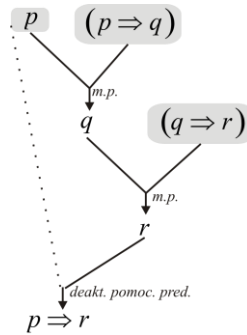


Riešenie cvičení z 6. kapitoly

Cvičenie 6.1. Pomocou prirodzenej dedukcie dokážte, či platia relácie logického vyplývania

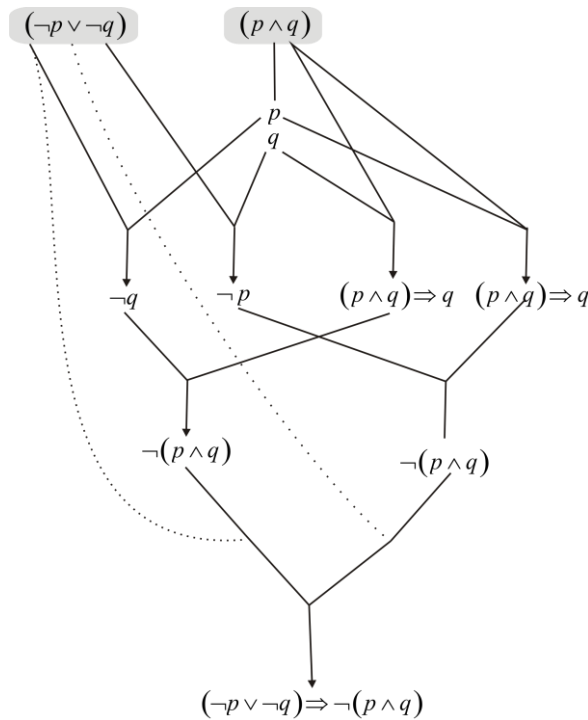
(a) $\{p \Rightarrow q, q \Rightarrow r\} \vdash (p \Rightarrow r)$

1	p	aktivácia pomocného predpokladu
2	$p \Rightarrow q$	1. predpoklad
3	$q \Rightarrow r$	2. predpoklad
<hr/>		
4	q	modus ponens na 1. a 3.
5	r	modus ponens na 3. a 4.
6	$p \Rightarrow r$	deaktivácia pomocného predpokladu



(b) $\{\neg p \vee \neg q\} \vdash \neg(p \wedge q)$

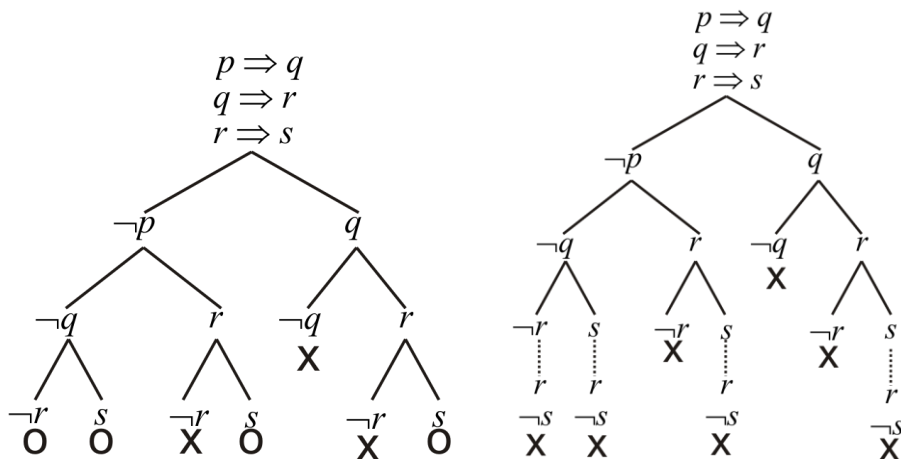
1	$\neg p \vee \neg q$	aktivácia 1. pomocného predpokladu		
2	$p \wedge q$	aktivácia 2. pomocného predpokladu		
<hr/>				
3	p	$E\wedge$ na 2.	q	$E\wedge$ na 2.
4	$\neg q$	$E\vee$ na 1. a 2..	$\neg p$	$E\vee$ na 2.
5	$p \wedge q \Rightarrow p$	deakt. 2. na 3.	$p \wedge q \Rightarrow q$	deakt. 2. na 3.
<hr/>				
6	$\neg(p \wedge q)$	aplikácia modus tollens na 4. a 5.		
7	$\neg p \vee \neg q \Rightarrow \neg(p \wedge q)$	deakt. 1. na 6.		



Cvičenie 6.2. Dokážte korektnosť týchto schém usudzovania pomocou sémantických tabiel.

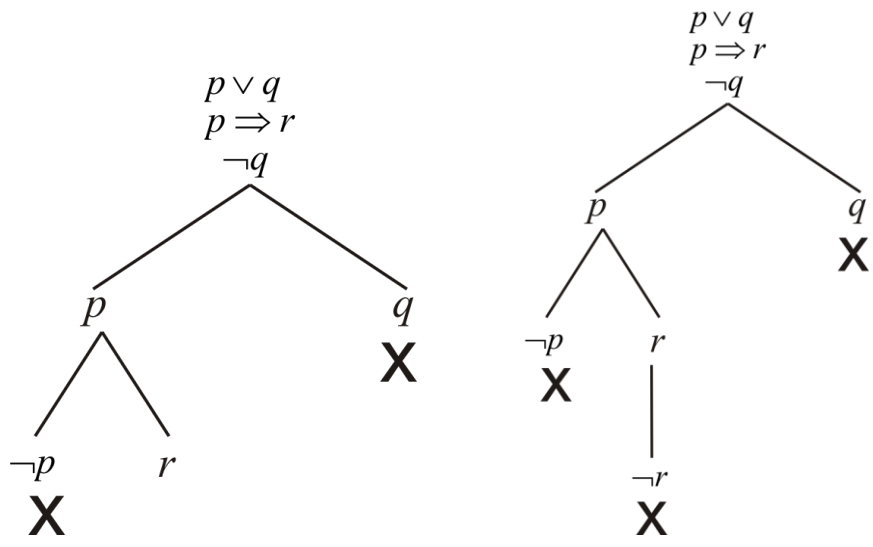
$$(a) \frac{p \Rightarrow q \quad q \Rightarrow r \quad r \Rightarrow s}{p \Rightarrow s}$$

V prvom kroku zostrojíme model z teórie predpokladov a v druhom kroku Otvorené vetvy tabla musia sa uzavrieť pridaním negácie dôsledku $\neg\phi = \neg(p \Rightarrow s) \equiv p \wedge \neg s$

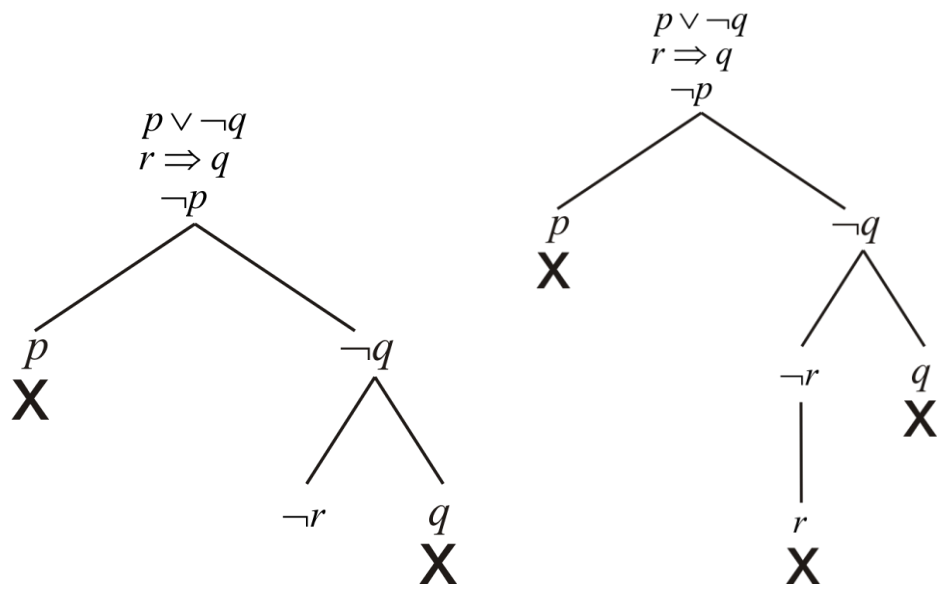


Takto vytvorené sémantické tablo je uzavreté, potom daná schéma usudzovania je korektná.

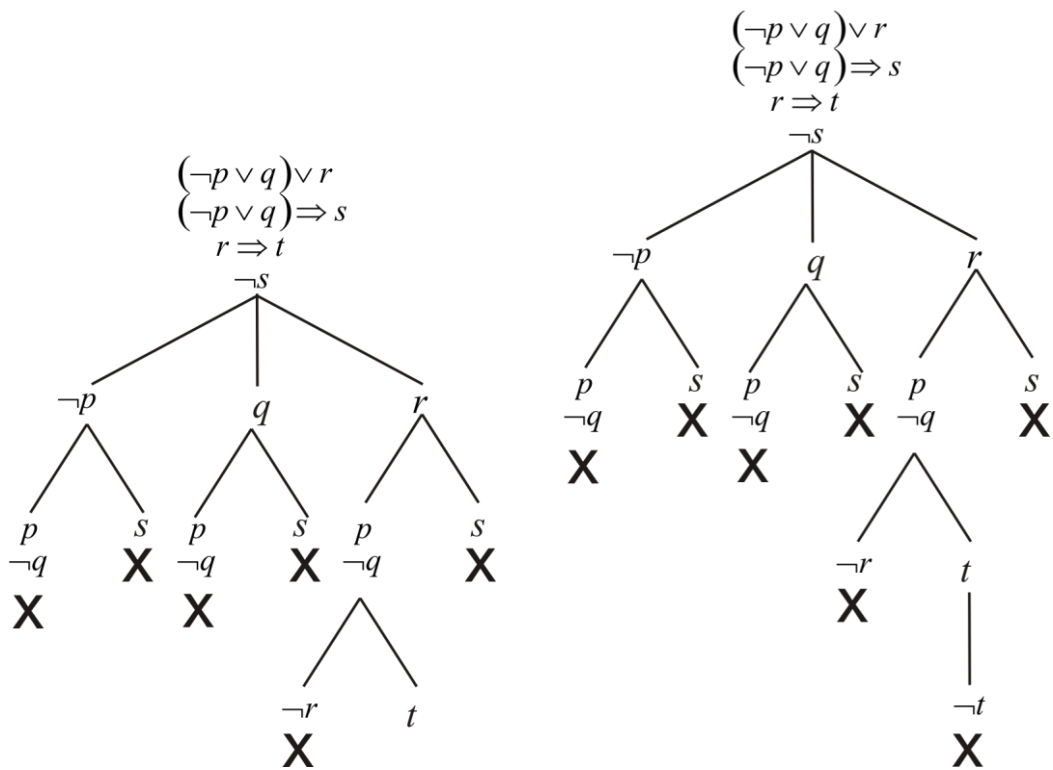
$$(b) \frac{p \vee q \quad p \Rightarrow r \quad \neg q}{r}$$



(c)
$$\frac{p \vee \neg q \quad r \Rightarrow q \quad \neg p}{\neg r}$$



(d)
$$\frac{(\neg p \vee q) \vee r \quad (\neg p \vee q) \Rightarrow s \quad r \Rightarrow t \quad \neg s}{t}$$



(e)
$$\frac{\neg p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \quad \neg p \quad \neg r}{\neg q \wedge \neg r}$$

