8. kapitola

Predikátová logika II – prirodzená dedukcia a sylogizmy

Metóda prirodzenej dedukcie pre predikátovú logiku

Jednoduché rozšírenie metódy prirodzenej dedukcie pre predikátovú logiku uskutočníme tak, že pôvodná prirodzená dedukcia výrokovej logiky je doplnená o ďalšie 4 introdukčné/eliminačné pravidlá univerzálneho a eliminačného kvantifikátora (a ich súčinov).

(1) *Introdukčné pravidlo pre všeobecný kvantifikátor* (I∀)

$$\frac{\varphi(t)}{\forall x\, \varphi(x)}$$

Ak sme schopný odvodiť formulu $\varphi(t)$, ktorá je platná pre ľubovoľné indivíduum t (premenná t je voľna) , potom platí aj jej zovšeobecnenie pomocou všeobecného kvantifikátora, $\forall x\, \varphi(x)$. Toto pravidlo je založené na tautológii $P(t) \Rightarrow ((\forall x)\, P(x))$.

(2) *Eliminačné pravidlo pre všeobecný kvantifikátor* (E∀)

$$\vdash \frac{\forall x\, \varphi(x)}{\varphi(t)}$$

Ak sme schopný odvodiť formulu $\forall x\, \varphi(x)$, potom sme odvodili aj jej konkretizáciu pre ľubovolné indivíduum t. Toto pravidlo je založené na tautológii predikátovej logiky $(\forall x\, P(x)) \Rightarrow P(t)$.

(3) *Introdukčné pravidlo pre existenčný kvantifikátor* (I∃)

$$\vdash \frac{\varphi(a)}{\exists x\, \varphi(x)}$$

Ak sme schopný odvodiť formulu $\varphi(a)$, kde a je indivíduová konštanta, potom sme odvodili aj jej formu s existenčným kvantifikátorom, $\exists x\, \varphi(x)$. Pravidlo je založené na tautológii predikátovej logiky $P(a) \Rightarrow \exists x\, P(x)$.

(4) *Eliminačné pravidlo pre existenčný kvantifikátor* (E∃)

$$\begin{array}{|l} \exists x\,\varphi(x) \\ \hline \varphi(a) \end{array}$$

Ak sme schopný odvodiť formulu $\exists x\,\varphi(x)$, potom sme schopný odvodiť aj formulu $\varphi(a)$, kde a je nejaká indivíduová konštanta. Pravidlo je založené na tautológii predikátovej logiky $\left(\exists x\,P(x)\right) \Rightarrow P(a)$.

Diagramatické pravidlá prirodzenej dedukcie s kvantifikátormi

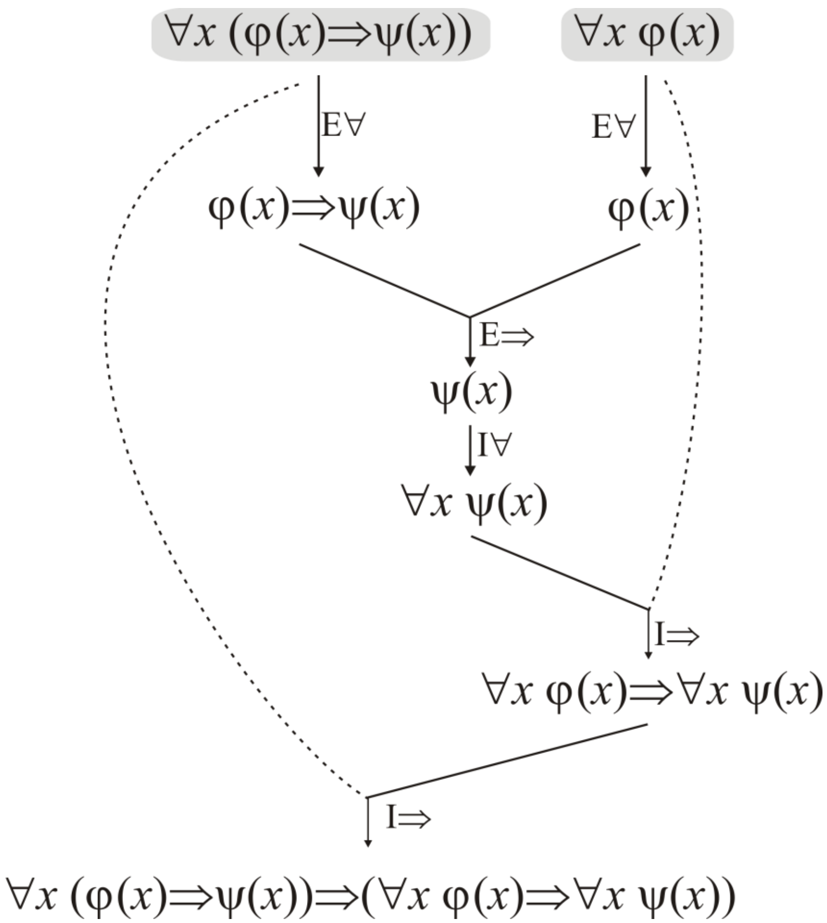
Spojka	Eliminácia	Introdukcia
$\forall$	$$\begin{array}{c}(\forall x)\, p(x)\\ \downarrow \\ p(t)\end{array}$$	$$\begin{array}{c}p(t)\\ \downarrow \\ (\forall x)\, p(x)\end{array}$$
$\exists$	$$\begin{array}{c}(\exists x)\, p(x)\\ \downarrow \\ p(a)\end{array}$$	$$\begin{array}{c}p(a)\\ \downarrow \\ (\exists x)\, p(x)\end{array}$$

Príklad

Pomocou prirodzenej dedukcie dokážte formulu

$$\forall x\big(\varphi(x) \Rightarrow \psi(x)\big) \Rightarrow \big(\forall x\varphi(x) \Rightarrow \forall x\psi(x)\big)$$

1.	$\forall x\big(\varphi(x) \Rightarrow \psi(x)\big)$	(pomocný predpoklad)
2.	$\forall x\varphi(x)$	(pomocný predpoklad)
3.	$\varphi(t) \Rightarrow \psi(t)$	E$\forall$, 1.
4.	$\varphi(t)$	E$\forall$, 2.
5.	$\psi(t)$	E$\Rightarrow$, 3. a 4.
6.	$\forall x\psi(x)$	I$\forall$, 5.
7.	$\forall x\varphi(x) \Rightarrow \forall x\psi(x)$	I$\Rightarrow$, 2. a 6, deaktivácia 2.
8.	$\forall x\big(\varphi(x) \Rightarrow \psi(x)\big) \Rightarrow \big(\forall x\varphi(x) \Rightarrow \forall x\psi(x)\big)$	I$\Rightarrow$, 1 a 7, deaktivácia 1



Diagramatická interpretácia dôkazu formule z predchádyajúceho príkladu. Vrchné vyšrafované formule sú pomocné predpoklady odvodenia, prerušované čiary reprezentujú deaktiváciu týchto predpokladov.

Príklad

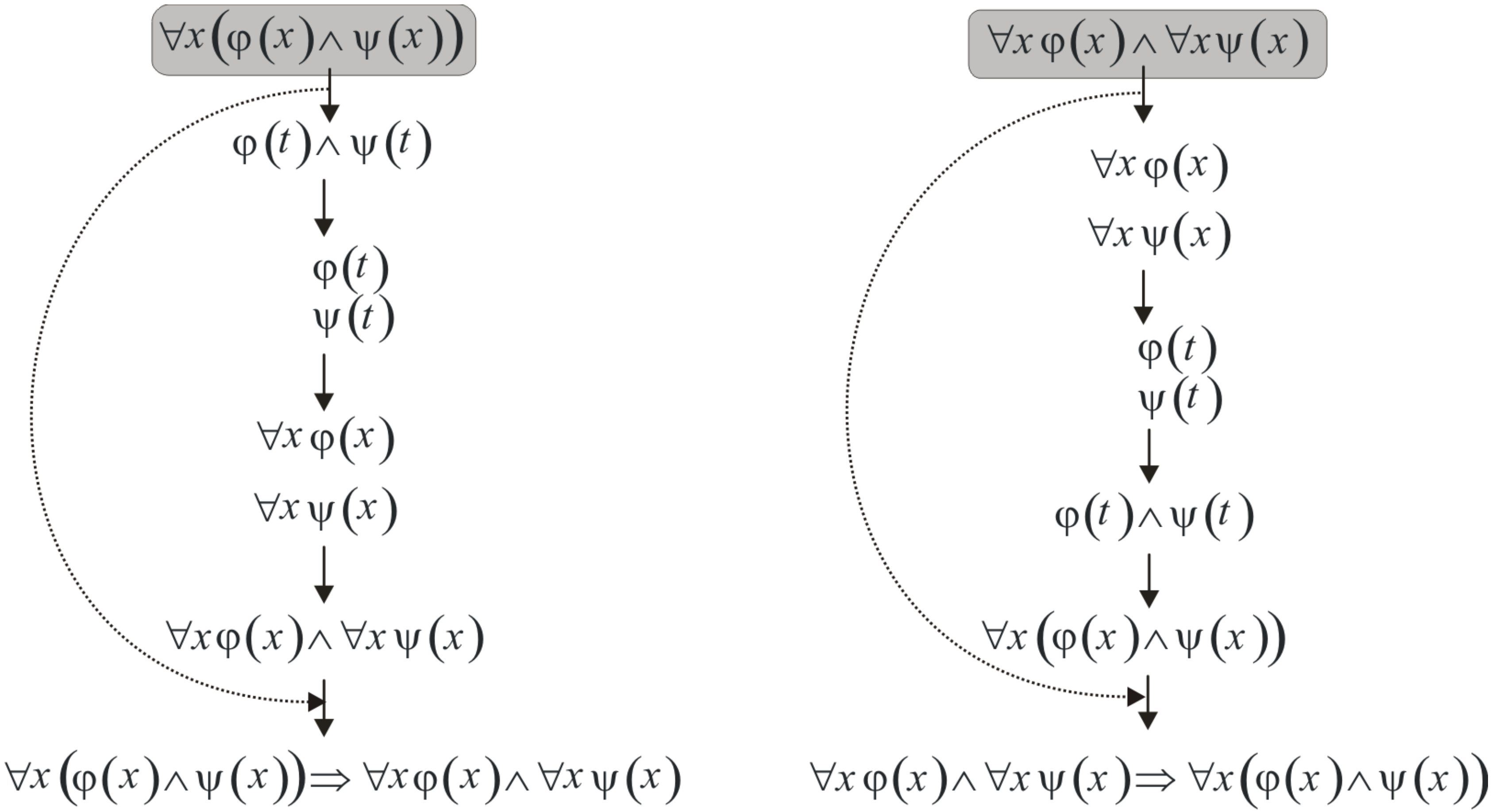
Dokážte platnosť formuly $\forall x\left(\varphi(x)\wedge\psi(x)\right)\equiv\left(\forall x\varphi(x)\wedge\forall x\psi(x)\right)$

$\Rightarrow$

1.	$\forall x\left(\varphi(x)\wedge\psi(x)\right)$	(pomocný predpoklad)
2.	$\varphi(t)\wedge\psi(t)$	(E$\forall$ na 1)
3.	$\varphi(t)$	(E$\wedge$ na 2)
4.	$\psi(t)$	(E$\wedge$ na 2)
5.	$\forall x\varphi(x)$	(I$\forall$ na 3)
6.	$\forall x\psi(x)$	(I$\forall$ na 4)
7.	$\forall x\varphi(x)\wedge\forall x\psi(x)$	(I$\wedge$ na 5 a 6)
8.	$\forall x\left(\varphi(x)\wedge\psi(x)\right)\Rightarrow\left(\forall x\varphi(x)\wedge\forall x\psi(x)\right)$	(deaktivácia 1)

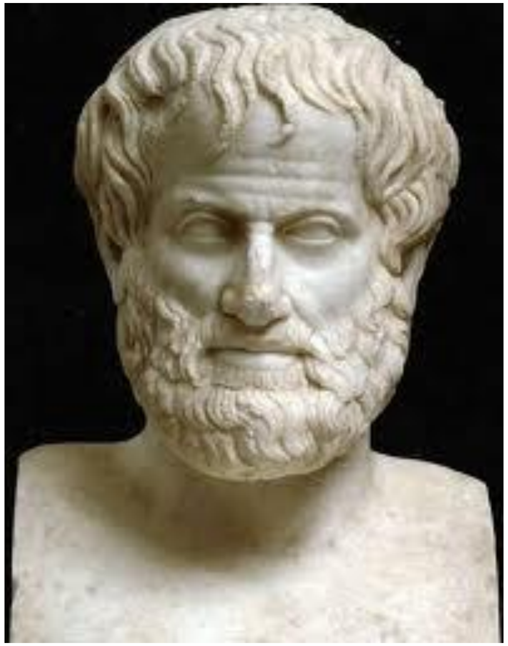
$\Leftarrow$

1.	$\forall x\varphi(x)\wedge\forall x\psi(x)$	(pomocný predpoklad)
2.	$\forall x\varphi(x)$	(E$\wedge$ na 1)
3.	$\forall x\psi(x)$	(E$\wedge$ na 1)
4.	$\varphi(t)$	(E$\forall$ na 2)
5.	$\psi(t)$	(E$\forall$ na 3)
6.	$\varphi(t)\wedge\psi(t)$	(I$\wedge$ na 4 a 5)
7.	$\forall x(\varphi(x)\wedge\psi(x))$	(I$\forall$ na 6)
8.	$(\forall x\varphi(x)\wedge\forall x\psi(x))\Rightarrow\forall x(\varphi(x)\wedge\psi(x))$	(deaktivácia 1)



Diagramatická interpretácia dôkazu formule z predchádzajúceho príkladu. Vrchné vyšrafované formule sú predpoklady odvodenia, prerušované čiary reprezentujú deaktiváciu pomocných predpokladov.

Sylogizmy



Aristoteles ((* 384 pred n.l., † 322 pred n.l.)

- Sylogizmy boli vytvorené Aristotelom pred viac ako 2300 rokmi a odvtedy sú obvykle uvádzané ako neodmysliteľný ***základ racionality ľudského uvažovania***.

- Aristoteles taktiež vypracoval ***kompletnú teóriu dôkazu***, ktorá je založená na transformácii platných módov sylogizmov na platný mód prvej figúry (pozri tabuľky nižšie), ktorý pokladá za evidentne platný a pochopiteľný.

- Aristotelov revolučný intelektuálny počin je v súčasnosti chápaný nielen ako prvý zaznamenaný vznik logiky v histórii ľudskej civilizácie, ale taktiež ako ***prvý dokumentovaný výskyt premennej,*** čo sa v histórii vedy pokladá za jeden z najdôležitejších bodov obratu, ktorým sa grécka civilizácia odlíšila napr. od egyptskej civilizácie, ktorá ku pojmu „premennej“ nedospela.

- *Sylogizmy stratili svoje mimoriadne postavenie v logike až koncom 19. storočia, keď bola vytvorená predikátová logika, v rámci ktorej sú zaujímavou no nie veľmi dôležitou aplikáciou*.

- Musíme však poznamenať, že na filozofických a teologických univerzitných fakultách stále pretrváva v prednáškach logiky mimoriadne postavenie sylogizmov, ako jednej z hlavných súčastí logiky.

Sylogizmus obsahuje dve *premisy* - predpoklady (hlavný a vedľajší), ktoré obsahujú tri *členy* (unárne predikáty) A, B, C, pričom *prostredný člen* B sa vyskytuje v obidvoch premisách. Záver sylogizmu má rovnakú štruktúru ako premisy sylogizmu a obsahuje členy A a C. Rozlišujeme 4 možné figúry sylogizmov (pozri Tab. 6.1) , pričom premisy každej figúry majú štyri rôzne interpretácia v rámci predikátovej logiky (pozri Tab. 6.2)

Štyri figúry sylogizmov

Typ premisy	1. figúra	2. figúra	3. figúra	4. figúra
Hlavná premisa Vedľajšia premisa	$B-A$ $C-B$	$A-B$ $C-B$	$B-A$ $B-C$	$A-B$ $B-C$
Záver	$A-C$	$A-C$	$A-C$	$A-C$

Interpretácia jednotlivých módov sylogizmov

#	mód	stredoveké značenie	predikátová logika
1	Všetky *A* sú *B*	*AaB*	$(\forall x)\left[A(x) \Rightarrow B(x)\right]$
2	Niektoré *A* sú *B*	*AiB*	$(\exists x)\left[A(x) \wedge B(x)\right]$
3	Žiadne *A* nie sú *B*	*AeB*	$(\forall x)\left[A(x) \Rightarrow \neg B(x)\right]$
4	Niektoré *A* nie sú *B*	*AoB*	$(\exists x)\left[A(x) \wedge \neg B(x)\right]$

Počet všetkých možných sylogizmov je určený takto: 4 figúry × 4 módy hlavnej premisy × 4 módy vedľajšej premisy = 64, riešenia všetkých týchto sylogizmov sú uvedené v tabuľke. Riešenia označené hviezdičkou existujú vtedy, ak sa predpokladá existencia aspoň jedného indivídua a s vlastnosťou $B(a)$.

Riešenie všetkých možných sylogizmov

1. figúra								2. figúra							
1	*AaB* *BaC* *AaC*	2	*AaB* *BiC* ∅	3	*AaB* *BeC* *AeC*	4	*AaB* *BoC* ∅	17	*BaA* *CaB* *CaA*	18	*BaA* *CiB* *CiA*	19*	*BaA* *CeB* *AoC*	20	*BaA* *CoB* ∅
5	*AiB* *BaC* *AiC*	6	*AiB* *BiC* ∅	7	*AiB* *BeC* *AoC*	8	*AiB* *BoC* ∅	21	*BiA* *CaB* ∅	22	*BiA* *CiB* ∅	23	*BiA* *CeB* *AoC*	24	*BiA* *CoB* ∅
9*	*AeB* *BaC* *CoA*	10	*AeB* *BiC* *CoA*	11	*AeB* *BeC* ∅	12	*AeB* *BoC* ∅	25	*BeA* *CaB* *CeA*	26	*BeA* *CiB* *CoA*	27	*BeA* *CeB* ∅	28	*BeA* *CoB* ∅
13	*AoB* *BaC* ∅	14	*AoB* *BiC* ∅	15	*AoB* *BeC* ∅	16	*AoB* *BoC* ∅	29	*BoA* *CaB* ∅	30	*BoA* *CiB* ∅	31	*BoA* *CeB* ∅	32	*BoA* *CoB* ∅

3. figúra								4. figúra							
33	*AaB* *CaB* ∅	34	*AaB* *CiB* ∅	35	*AaB* *CeB* *AeC*	36	*AaB* *CoB* *CoA*	49*	*BaA* *BaC* *AiC*	50	*BaA* *BiC* *AiC*	51*	*BaA* *BeC* *AoC*	52	*BaA* *BoC* *AoC*
37	*AiB* *CaB* ∅	38	*AiB* *CiB* ∅	39	*AiB* *CeB* *AoC*	40	*AiB* *CoB* ∅	53	*BiA* *BaC* *AiC*	54	*BiA* *BiC* ∅	55	*BiA* *BeC* *AoC*	56	*BiA* *BoC* ∅
41	*AeB* *CaB* *CeA*	42	*AeB* *CiB* *CoA*	43	*AeB* *CeB* ∅	44	*AeB* *CoB* ∅	57*	*BeA* *BaC* *CoA*	58	*BeA* *BiC* *CoA*	59	*BeA* *BeC* ∅	60	*BeA* *BoC* ∅
45	*AoB* *CaB* *AoC*	46	*AoB* *CiB* ∅	47	*AoB* *CeB* ∅	48	*AoB* *CoB* ∅	61	*BoA* *BaC* *CoA*	62	*BoA* *BiC* ∅	63	*BoA* *BeC* ∅	64	*BoA* *BoC* ∅

Ilustračný príklad sylogizmu

niektorí študenti sú vegetariáni............1. premisa
všetci vegetariáni sú včelári.................2. premisa

---

niektorí študenti sú včelári...................záver

Unárne predikáty:

$A(x)$............indivídum x je študent
$B(x)$............indivídum x je vegetarián
C(x)............indivídum x je včelár

Potom sylogizmus mátvar

$$\begin{array}{c} AiB \\ \underline{BaC} \\ AiC \end{array} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{array}{c} (\exists x)\left[A(x) \wedge B(x)\right] \\ \underline{(\forall x)\left[B(x) \Rightarrow C(x)\right]} \\ (\exists x)\left[A(x) \wedge C(x)\right] \end{array}$$

Použijeme metódu prirodzenej dedukcie

1.	$(\exists x)\left[A(x) \wedge B(x)\right]$
2.	$(\forall x)\left[B(x) \Rightarrow C(x)\right]$
3.	$A(a) \wedge B(a)$
4.	$B(t) \Rightarrow C(t)$
5.	$B(a) \Rightarrow C(a)$
6.	$A(a)$
7.	$B(a)$
8.	$C(a)$
9.	$A(a) \wedge C(a)$
10.	$(\exists x)\left[A(x) \wedge C(x)\right]$

$$\boxed{(\exists x)\left[A(x) \wedge B(x)\right]} \qquad \boxed{(\forall x)\left[B(x) \Rightarrow C(x)\right]}$$

$$A(a) \wedge B(a) \qquad B(t) \Rightarrow C(t)$$

$$B(a) \qquad B(a) \Rightarrow C(a)$$

$$A(a)$$

$$C(a)$$

$$A(a) \wedge C(a)$$

$$(\exists x)\left[A(x) \wedge C(x)\right]$$

- *Hlavným problémom klasickej teórie sylogizmov je navrhnúť metódu na rýchle zistenie, ktoré z týchto úplných sylogizmov sú pravdivé (platné) a ktoré nepravdivé (neplatné)*. Aristoteles nemal problémy s dôkazom toho, že nejaký sylogizmus je neplatný. ***Bol asi prvý, ktorý si uvedomil skutočnosť, že ak je sylogizmus platný, potom táto platnosť nemôže byť závislá na interpretácii jeho jednotlivých členov.*** Pre neplatné sylogizmi vždy sa mu podarilo nájsť takú interpretáciu členov *A*, *B*, *C*, že neplatnosť sylogizmu pre danú interpretáciu bola očividne zrejmá.

- Avšak tento prístup pre dôkaz platnosti daného sylogizmu je nepoužiteľný. Aristoteles sa snažil v tomto prípade previesť študovaný sylogizmus na základný typ $(AaB)(BaC)/(AaC)$, ktorého platnosť považoval za očividnú. V tomto bode môžeme z dnešného pohľadu existencie rozvinutej predikátovej logiky, charakterizovať Aristotelov prístup za veľmi ťažkopádny ba až neúplný.

Príklad

Študujme sylogizmus s platným záverom (platnosť tohto sylogizmu pokladal Aristotels za evidentnú)

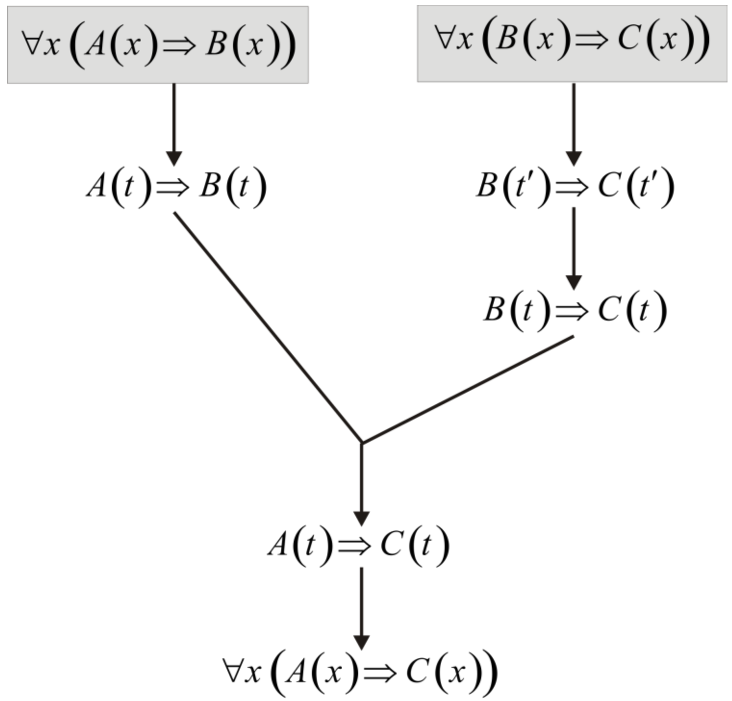
$$\frac{\begin{array}{c}AaB\\ BaC\end{array}}{AaC}$$

Jeho predikátová forma má tvar

$$\frac{\begin{array}{c}\forall x\left(A(x)\Rightarrow B(x)\right)\\ \forall x\left(B(x)\Rightarrow C(x)\right)\end{array}}{\forall x\left(A(x)\Rightarrow C(x)\right)} \qquad (6.12)$$

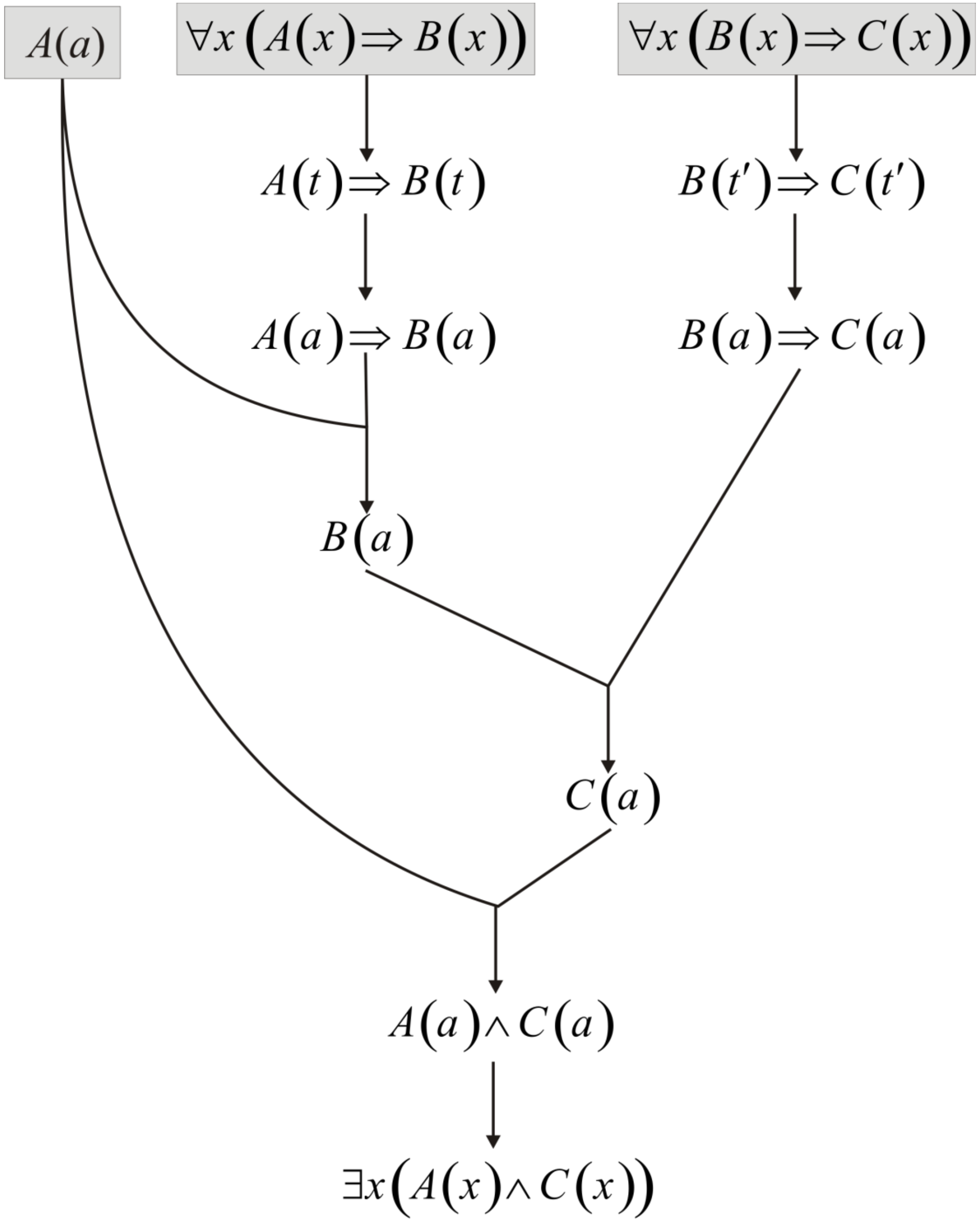
Prirodzená dedukcia pre dôkaz tohto sylogizmu je založená na zákone tranzitívnosti implikácie

1.	$\forall x\left(A(x) \Rightarrow B(x)\right)$
2.	$\forall x\left(B(x) \Rightarrow C(x)\right)$
3.	$A(t) \Rightarrow B(t)$
4.	$B(t') \Rightarrow C(t')$
5.	$B(t) \Rightarrow C(t)$
6.	$A(t) \Rightarrow C(t)$
7.	$\forall x\left(A(x) \Rightarrow C(x)\right)$



Eexistuje aj druhý alternatívny záver z predpokladov tohto sylogizmu, že existuje také indivíduum x, ktoré ak má vlastnosť $A(x)$,

1.	$A(a)$
2.	$\forall x\left(A(x) \Rightarrow B(x)\right)$
3.	$\forall x\left(B(x) \Rightarrow C(x)\right)$
4.	$A(t) \Rightarrow B(t)$
5.	$A(a) \Rightarrow B(a)$
6.	$B(a)$
7.	$B(t) \Rightarrow C(t)$
8.	$B(a) \Rightarrow C(a)$
9.	$C(a)$
10.	$A(a) \wedge C(a)$
11.	$\exists x\left(A(x) \wedge C(x)\right)$



$$\begin{array}{l} A(b) \\ \forall x\,(A(x) \Rightarrow B(x)) \\ \underline{\forall x\,(B(x) \Rightarrow C(x))} \\ \exists x\,(A(x) \wedge C(x)) \end{array}$$

Príklad

Ako ďalší ilustratívny príklad uvažujme sylogizmus, ktorý zohral veľkú úlohu pri objasňovaní vzájomného vzťahu klasickej teórie sylogizmov a modernej predikátovej logiky

$$\frac{\begin{array}{c} BaA \\ BaC \end{array}}{AiC}$$

Použitím predikátovej logiky ukážeme, že tento sylogizmus nie je vo všeobecnosti platný, musíme zaviesť ešte okrem dvoch premís ďalší predpoklad, aby sa stal platným. Predikátová reprezentácia tohto sylogizmu má tvar (pozri obr. 6.10)

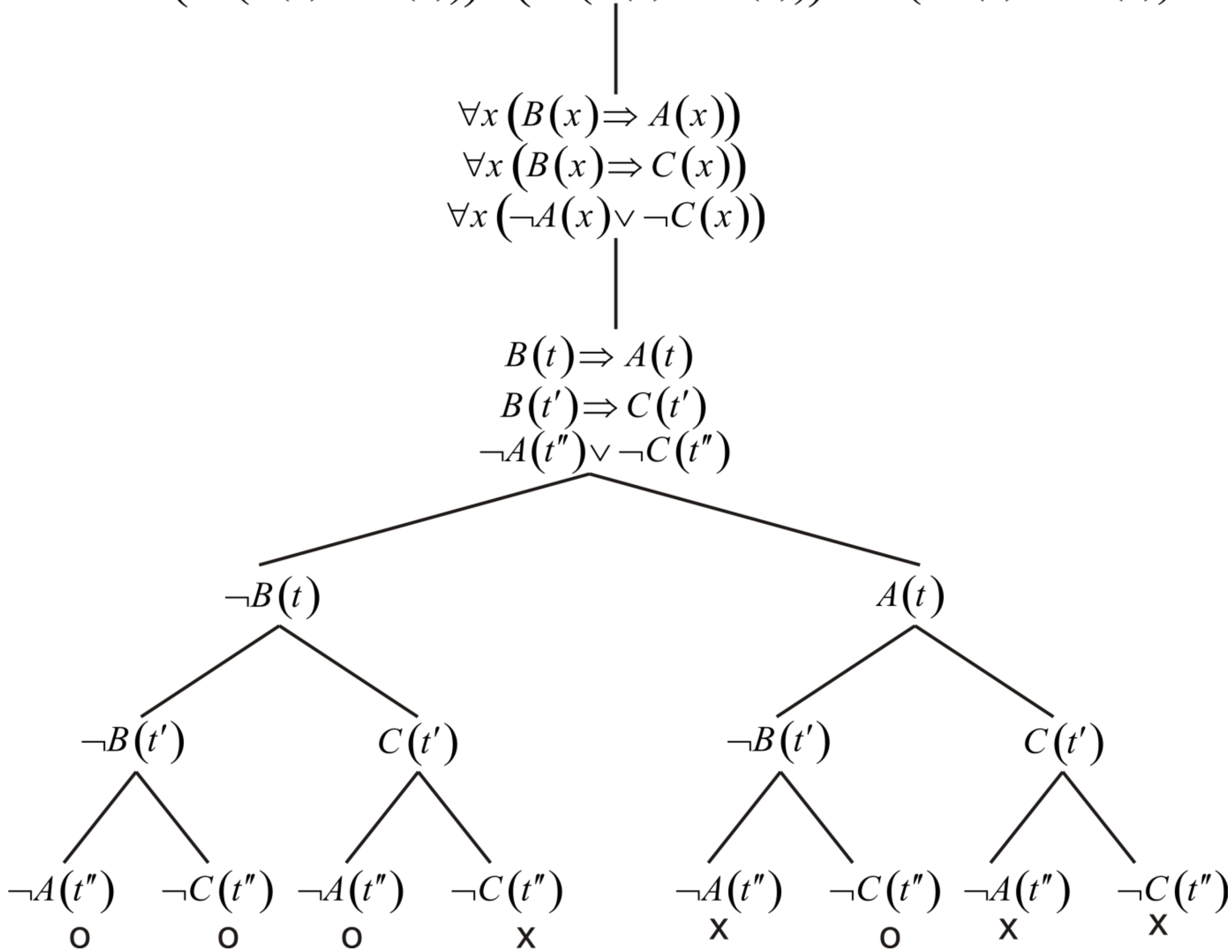
$$\frac{\begin{array}{l} \varphi_1 : \forall x \left(B(x) \Rightarrow A(x) \right) \\ \varphi_2 : \forall x \left(B(x) \Rightarrow C(x) \right) \end{array}}{\psi : \exists x \left(A(x) \wedge C(x) \right)} \qquad (*)$$

alebo

$$\varphi = \left(\forall x \left(B(x) \Rightarrow A(x) \right) \right) \wedge \left(\forall x \left(B(x) \Rightarrow C(x) \right) \right) \Rightarrow \exists x \left(A(x) \wedge C(x) \right)$$

Pomocou sémanického table ukážeme, že táto formula nie je tautológia

$$\neg\varphi = \left(\forall x\left(B(x)\Rightarrow A(x)\right)\right)\wedge\left(\forall x\left(B(x)\Rightarrow C(x)\right)\right)\wedge\forall x\left(\neg A(x)\vee\neg C(x)\right)$$

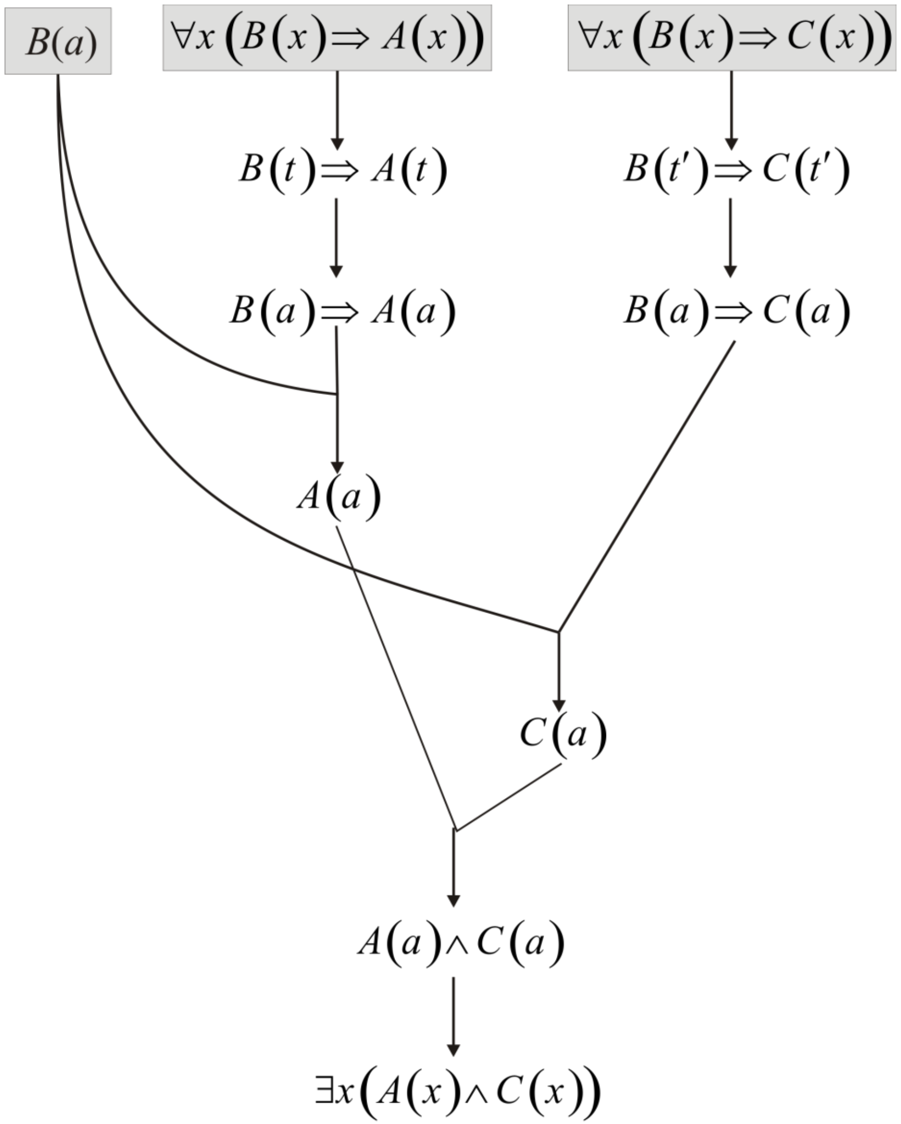


Z tohto tvaru sémantického tabla vyplýva, že otvorené vetvy sa uzavrú, ak predpokldy sylogizmu rozšírime o predpoklad $B(a)$,

$$\frac{\begin{array}{l} B(a) \\ \forall x\left(B(x)\Rightarrow A(x)\right) \\ \forall x\left(B(x)\Rightarrow C(x)\right) \end{array}}{\exists x\left(A(x)\wedge C(x)\right)}$$

Potom prirodzená dedukcia poskytuje hladné riešenie

$$\begin{array}{l} \varphi_0 : B(a) \\ \varphi_1 : \forall x\left(B(x)\Rightarrow A(x)\right)\Rightarrow\left(B(a)\Rightarrow A(a)\right) \\ \varphi_2 : \forall x\left(B(x)\Rightarrow C(x)\right)\Rightarrow\left(B(a)\Rightarrow C(a)\right) \\ \hline A(a) \\ C(a) \\ A(a)\wedge C(a) \\ \psi : \exists x\left(A(x)\wedge C(x)\right) \end{array}$$

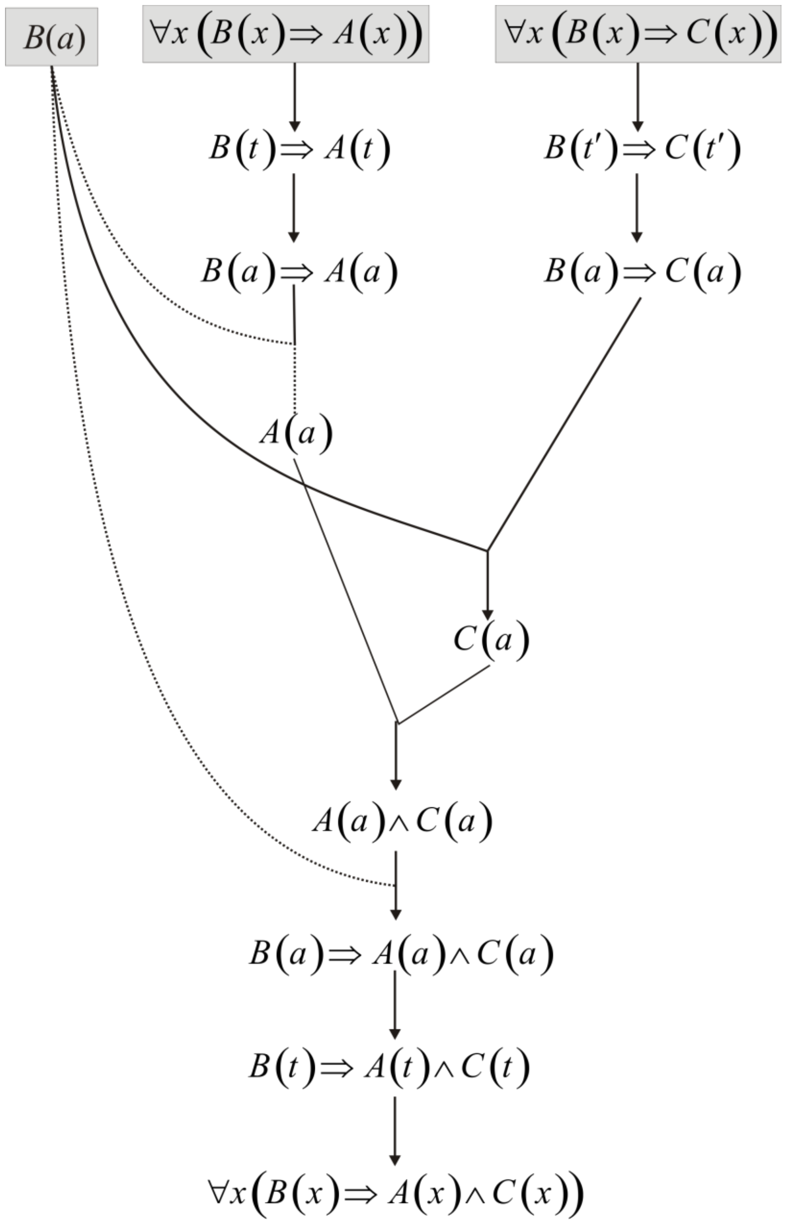


$$\frac{\begin{array}{l} B(a) \\ \forall x\,(B(x) \Rightarrow A(x)) \\ \forall x\,(B(x) \Rightarrow C(x)) \end{array}}{\exists x\,(A(x) \wedge C(x))}$$

Poznámka: Schému usudzovania (6.17) môžeme riešiť alternatívne aj tak, že prvý predpoklad chápeme ako pomocný predpoklad, potom

$$\begin{array}{l}
\varphi_0 : B(t) \ldots\ldots\ldots\ldots \mathit{akt.\ pomoc.\ predpokladu} \\
\varphi_1 : \forall x \left(B(x) \Rightarrow A(x) \right) \Rightarrow \left(B(t) \Rightarrow A(t) \right) \\
\varphi_2 : \forall x \left(B(x) \Rightarrow C(x) \right) \Rightarrow \left(B(t) \Rightarrow C(t) \right) \\
\hline
A(t) \\
C(t) \\
A(t) \wedge C(t) \\
B(t) \Rightarrow A(t) \wedge C(t) \ldots\ldots\ldots \mathit{deakt.\ pomoc.\ predpokladu} \\
\psi : \forall x \left(B(x) \Rightarrow A(x) \wedge C(x) \right)
\end{array}$$

Záver môžeme v prirodzenom jazyku formulovať „každé *B* je *A* a *C*“.


$B(a)$
$\forall x\,(B(x) \Rightarrow A(x))$
$\forall x\,(B(x) \Rightarrow C(x))$
$B(t) \Rightarrow A(t)$
$B(t') \Rightarrow C(t')$
$B(a) \Rightarrow A(a)$
$B(a) \Rightarrow C(a)$
$A(a)$
$C(a)$
$A(a) \wedge C(a)$
$B(a) \Rightarrow A(a) \wedge C(a)$
$B(t) \Rightarrow A(t) \wedge C(t)$
$\forall x\,(B(x) \Rightarrow A(x) \wedge C(x))$

Príklad

Študujme sylogizmus

$$\frac{\begin{array}{c} BaA \\ CeB \end{array}}{AoC}$$

alebo v reprezentácii predikátovej logiky

$$\frac{\begin{array}{l} B(a) \\ \forall x\left(B(x) \Rightarrow A(x)\right) \\ \forall x\left(C(x) \Rightarrow \neg B(x)\right) \end{array}}{\exists x\left(A(x) \wedge \neg C(x)\right)} \qquad (*)$$

Podobne ako v predchádzajúcom príklade, aj tento sylogizmus je z pohľadu predikátovej logiky neplatný, je nutné postulovať taktiež existenciu jedného indivídua a s vlastnosťou $B(a)$, potom sa stáva tento sylogizmus platným.

Poznámka: Schému usudzovania ($*$) prepíšeme do ekvivalentného tvaru

$$\forall x\left(B(x)\Rightarrow A(x)\right)$$

$$\underline{\forall x\left(C(x)\Rightarrow \neg B(x)\right)}$$

$$B(t)\Rightarrow A(t)$$

$$C(t')\Rightarrow \neg B(t')\equiv B(t')\Rightarrow \neg C(t')$$

$$\underline{B(t)\Rightarrow \neg C(t)}$$

$$B(t)\Rightarrow A(t)\wedge \neg C(t)$$

$$\forall x\left(B(x)\Rightarrow A(x)\wedge \neg C(x)\right)$$

ktorého záver je ľahko verifikovateľný, čiže rozšírený sylogizmus je korektný.

Príklad

Študujme sylogizmus, ktorý obsahuje dva zápory (pozri sylogizmus 59 zo štvrtej figúry)

$$\frac{\begin{array}{c} BeA \\ BeC \end{array}}{?}$$

Našou snahou bude zistiť, či tento sylogizmus má, alebo nemá riešenie (pripomeňme, že v tabuľke je uvedené, že nemá riešenie). Ukážeme, že aj tento sylogizmus má riešenie, ktoré sa vymyká klasickému prístupu k riešenie sylogizmov, vyžaduje zaviesť nový mód sylogizmu. Bude označený symbolom u s touto „exotickou“ interpretáciou

$$AuC \leftrightarrow \exists x\left[\neg A(x) \wedge \neg C(x)\right]$$

Študovaný sylogizmus prepíšeme do štandardnej kvantifikátorovej formy

$$\begin{array}{l} \forall x\left[B(x)\Rightarrow\neg A(x)\right] \\ \forall x\left[B(x)\Rightarrow\neg C(x)\right] \\ \hline \exists x\left[\neg A(x)\wedge\neg C(x)\right] \end{array}$$

Predpokladajme, že existuje také indivíduum a, že predikát $B(a)$ je pravdivý, potom môžeme zostrojiť tento dôkaz

$$\begin{array}{l} B(a) \\ \forall x\left[B(x)\Rightarrow\neg A(x)\right] \\ \forall x\left[B(x)\Rightarrow\neg C(x)\right] \\ \hline \exists x\left[\neg A(x)\wedge\neg C(x)\right] \end{array}$$

1.	$B(a)$	(1. predpoklad)
2.	$B(x) \Rightarrow \neg A(x)$	(2. predpoklad)
3.	$B(x) \Rightarrow \neg C(x)$	(3. Predpoklad)
4.	$\neg A(a)$	(modus ponens aplik. na 1 a 2)
5.	$\neg C(a)$	(modus ponens aplik. na 1 a 3)
6.	$\neg A(a) \vee \neg C(a)$	(introduk. konjunk. aplik.na 4 a 5)
7.	$\exists x \left[\neg A(x) \wedge \neg C(x) \right]$	(introduk. $\exists$ aplik. na 6)

To znamená, že študovaný sylogizmus môžeme písať v tvare

$$\frac{\begin{array}{c} BeA \\ BeC \end{array}}{AuC}$$

pričom riešenie je platné len ak predpokladáme existenciu aspoň jedného indivúdua a, pre ktoré platí $B(a)$.

The End