

Cvičenia

Cvičenie 3.1. Ako možno charakterizovať evolúciu?

Riešenie. Evolúcia obsahuje kombináciu nasledujúcich piatich princípov:

1. Živé organizmy sú *časovo premenné*, podliehajú evolučným zmenám.
2. Evolučné zmeny majú charakter *vetvenia*. Súčasné druhy sú nasledovníci predchodcov existujúcich v minulosti. Podobne, súčasný druh môže tvoriť predchodcu jednému alebo viacerým budúcim druhom (pozri obr. 1).
3. Nové druhy vznikli tak, že *populácia sa rozštiepila* na izolované podpopulácie, ktoré potom navzájom evolučne divergovali za vzniku nových druhov.
4. Evolučné zmeny sú *postupné – graduálne*. Niektoré organizmy, ktoré sa odlišujú od svojich rodičov, sú schopné prežitia. Z týchto organizmov si niektoré vytvoria svoju vlastnú podpopuláciu zloženú z podobných organizmov, v ktorej sa zachovávajú ich špecifické odlišnosti.
5. Mechanizmom adaptívnej zmeny je *prírodný výber*.

Cvičenie 3.2. V čom spočíva „gradualistická“ paradigma evolúcie?

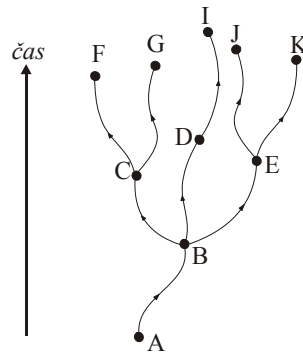
Riešenie. Gradualistická paradigma evolúcie spočíva v predstave o nahromadení (akumulácii) malých zmien v priebehu dlhých časových úsekov, ktoré sú interpretované ako evolučná zmena. Toto Darwinove „gradualistické“ evolučné presvedčenie bolo všeobecne prijaté až v prvej polovici 20. storočia hlavne zásluhou trojice matematikov – štatistikov Fishera, Wrighta a Haldanea, ktorý spojili populačnú genetiku s evolučnou teóriou za vzniku modernej evolučnej teórie nazývanej *neodarwinizmus*. Dôležitosť izolácie populácie vznikajúceho nového druhu zostala kontroverznou otázkou evolučnej teórie ešte o mnoho dlhšie. Tento pohľad na mechanizmus vzniku nových druhov sa stal všeobecne akceptovaným až zásluhou prác Mayra z polovice 20. storočia.

Cvičenie 3.3. Ktoré dva dôležité problémy sa snaží vysvetliť súčasná evolučná teória?

Riešenie. Prvým problémom je *neobyčajná rôznorodosť* foriem života na našej planéte. Až darwinizmus poskytol vysvetlenie tejto skutočnosti, kde vedľa seba existuje mnoho druhov, ktoré sú morfológicky zásadne odlišné a ktoré na prvý pohľad nemajú medzi sebou skoro nič spoločné. Druhý, nemenej dôležitý problém je *adaptácia*. Štruktúrovaná zložitnosť organizmov, ich adaptácia na životné prostredie, je rovnako prekvapujúca ako rôznorodosť organizmov. Zmyslové orgány sú klasickým príkladom zložitej a jemne naladenej adaptácie. Medzi najväčšie úspechy darwinizmu patrí prírodovedecké vysvetlenie adaptácie pomocou prírodného výberu založeného na prežívaní lepšie prispôbených organizmov (s väčším fitness) a dedení získaných vlastností. Evolučné zmeny sú určené variáciami v populácii, rozdielmi vo fitness spôsobenými týmito variáciami a genetickým prenosom.

Cvičenie 3.4. Čo je to „strom života“?

Riešenie. Priebeh evolúcie je reprezentovaný „stromom života“



Schematické znázornenie vzniku nových druhov (označených písmenami A, B, ...) v priebehu evolúcie. Druh A je predchodcom druhu B, druh B je spoločným predchodcom nových druhov C, D a E. Priebeh evolúcie sa dá názorne reprezentovať pomocou tohto „stromu života“.

Cvičenie 3..5. Ako je definované fitness? V čom spočíval Wrightov pohľad na evolúciu?

Riešenie. V prírodnom výbere má dominantné postavenie koncepcia *fitness* organizmov, ktorý je špecifikovaný ako relatívna schopnosť prežitia a reprodukovania sa v danom *prostredí* a v danej *populácii*. Vo všeobecnosti, fitness je chápaný nielen ako atribút genotypu ale aj populácie. Tento postulát odráža naše predstavy o fitness, ako o veličine, ktorá kvantifikuje nielen prežívanie a schopnosť reprodukcie jednotlivých organizmov, ale aj ich vzájomnú interakciu v populácii. Vlastnosti určujúce fitness sa aspoň čiastočne prenášajú z rodičov na potomkov, t.j. sú zafixované v genotype jedincov populácie. Potomkovia rodičov s väčším fitness budú početnejší a taktiež aj "silnejší" ako potomkovia "slabších" rodičov.

Koncepcia *povrch fitness* (pôvodne „adaptive fitness landscape“) pochádza od jedného zo zakladateľov neodarwinizmu Sewalla Wrighta, ktorý v r. 1932 navrhol túto koncepciu, ktorá predstavuje jednoduchý heuristický prístup ako vizualizovať proces evolúcie populácie organizmov. Evolúcia populácie môže byť pomocou tohto prístupu interpretovaná ako pohyb populácie smerom k vrcholu s najväčším fitness. V dôsledku existencie mutácií, tento pohyb populácie na povrchu fitness má stochastický charakter. V tejto súvislosti sa zdôrazňuje, že práve vďaka mutáciám, organizmy populácie majú šancu „preskúmať“ väčšiu oblasť na povrchu fitness a tak potenciálne dosiahnuť v procese evolúcie globálne maximum na povrchu fitness. To znamená, že evolučný proces môžeme charakterizovať ako *optimalizačný proces*. Formálne túto skutočnosť môžeme vyjadriť pomocou diskrétného optimalizačného problému

$$g_{opt} = arg \max_{g \in \{a,b,..\}^n} f(g)$$

kde $f(g)$ je fitness funkcia, ktorá priradí každému genotypu g zostrojenému nad abecedou $\{a,b,..\}$ kladné reálne číslo - fitness, výsledné riešenie g_{opt} reprezentuje genotyp nachádzajúci sa na globálnom maxime povrchu funkcie fitness. Evolučným cieľom organizmov je optimálna adaptácia v danom prostredí.

Cvičenie 3.6. Aké sú základné princípy Hollandovho genetického algoritmu?

Riešenie. Genetický algoritmus nemanipuluje priamo so živými organizmami, ale s ich genetickou reprezentáciou – replikátorom, ktorý je v tomto algoritme vyjadrený pomocou binárneho reťazca fixnej dĺžky. Obvykle, v tomto reťazci je zakódované riešenie daného optimalizačného problému. Obsahuje populáciu repli. Postuluje sa, že replikátory majú schopnosť sa rozmnožovať – replikovať, a to buď obvykle binárnym spôsobom (sexuálne). Pri binárnej replikácii sa zúčastňujú procesu dva replikátory – rodičia. Rodičia sú

kvázináhodne vybraní z populácie v závislosti na ich fitness (replikátory s väčším fitness s väčšou pravdepodobnosťou vstupujú do replikácie) a produkujú nové replikátory - potomkov. Budeme rozlišovať tieto tri zložky replikačného procesu:

- (1) *selekcia* rodičov,
- (2) *replikácia* rodičov, pričom vznikajú potomkovia, a
- (3) *návrat* potomkov do populácie.

V prvom kroku binárnej replikácie sa vyberú pomocou stochastického operátora O_{select} z populácie P dva replikátory $\mathbf{x}_1^{old} = O_{select}(P)$, $\mathbf{x}_2^{old} = O_{select}(P)$ tak, že pravdepodobnosť ich výberu je úmerná ich fitness. V druhom kroku použitím stochastického operátora replikácie O_{repli} z rodičov dostaneme potomkov \mathbf{x}_1^{new} a \mathbf{x}_2^{new} .

$$(\mathbf{x}_1^{new}, \mathbf{x}_2^{new}) = O_{repli}(\mathbf{x}_1^{old}, \mathbf{x}_2^{old})$$

Prečo hovoríme, že operátor reprodukcie replikátorov je stochastický? Tento operátor z rodičov vyrobí potomkov určitým procesom, ktorý nie je striktne deterministický, takže potomkovia nie sú presnými kópiami rodičov, ale majú určitú malú variabilitu vzhľadom k rodičom, čím je zabezpečená variabilita populácie. V treťom kroku sa rieši problém návratu potomka do populácie. Tento proces sa mnoho-krát opakuje, pričom sa očakáva, že v populácii spontánne emergejú replikátory s vysokým fitness, t. j. približne alebo presne riešia daný optimalizačný problém.

Cvičenie 3.7. Interpretujte obr. 8, znázorňujúci vznik komplexných orgánov.

Riešenie. Pozri legendu k obr. 8.

Cvičenie 3.8. Čo je embryogenéza a aké jej základné dva druhy rozlišujeme?

Riešenie. Embryogenéza je spôsob vzniku a vývoja nových jedincov zo zárodkov. Budeme rozlišovať dva druhy embryogenézy:

- (1) *Epigenetická embryogenéza*, kde nový organizmus vzniká delením jednej "zárodočnej" bunky, tento druh embryogenézy sa vyskytuje na našej planéte pri reprodukcii biologických systémov. Môže byť zjednodušene chápaná ako *recept* na prípravu koláča, kde je uvedené nielen to čo koláč obsahuje ale aj jeho príprava.
- (2) *Preformačná embryogenéza*, kde nový organizmus je reprezentovaný zárodkom, ktorý obsahuje všetky detaily dospelého organizmu. Tento typ embryogenézy môžeme formálne prirovnať k plánu budovy alebo stroja, kde sú podrobne uvedené všetky detaily. Existencia tohto druhu embryogenézy je pre nás hypotetická, na našej planéte sa nevyskytuje. Snáď v budúcnosti sa preformačná embryogenéza bude vyskytovať aj na našej planéte v súvislosti s reprodukciami umelých robotických systémov.

Cvičenie 3.9. Aký je Dennetov pohľad na evolúciu?

Riešenie. Dennett v knihe „*Darwin's Dangerous Idea*“ anticipoval Dawkinsove názory na univerzálnosť Darwinovej teórie tak, že zdôraznil jej algoritmický charakter, ktorý je nezávislý od materiálnej realizácie. Evolúcia, chápaná ako algoritmus, môže byť aplikovaná na rôznorodé systémy, v ktorých sme schopní identifikovať replikátory a ktorých podstata nemusí byť biologická.

Cvičenie 3.10. Čo to je darwinovský systém?

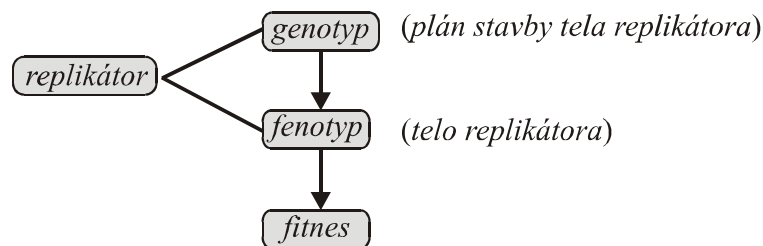
Riešenie. Najvšeobecnejšia formulácia základnej idey univerzálneho darwinizmu je uskutočnená pomocou koncepcie **darwinovského systému** založeného na nasledujúcich dvoch postulátoch (určité náznaky tejto všeobecnej formulácie už boli vykonané pri popise Hollandovho genetického algoritmu):

(1) *Darwinovský systém sa skladá z populácie replikátorov* – jedincov/objektov, ktoré za určitých vhodných podmienok sú schopné *replikácie* - rozmnožovania. Replikačný proces spočíva v „kopírovaní“ jedincov do populácie, pričom toto „kopírovanie“ sa uskutočňuje s *určitými malými chybami*. Z tohto predpokladu nepresnej replikácie (s malými chybami) vyplýva, že *populácia nie je homogénna*, obsahuje jedincov – replikátory, ktoré vykazujú malú variabilitu.

(2) Každý replikátor populácie je ohodnotený funkciou *fitnes*, ktorá vyjadruje schopnosť replikátora prežiť a úspešne vstupovať do replikačného procesu. *Prírodný výber* v darwinovskom systéme spočíva v tom, že jedinci populácie nie sú vyberaní do replikačného procesu náhodne, ale s *pravdepodobnosťou úmernou ich fitnes* (hovoríme, že výber sa deje kvázináhodne).

Cvičenie 3.11. Aký je vzťah medzi replikátorom, genotypom, fenotypom a fitnes?

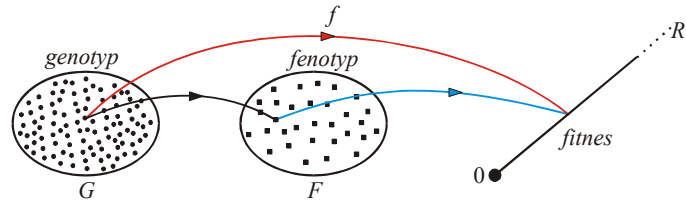
Riešenie. Pojem „*replikátor*“ je potrebné chápať ako relatívne samostatnú entitu, ktorá existuje v nejakom prostredí a vytvára spolu s ostatnými replikátormi populáciu. Obvykle replikátor je stotožnený s nejakou informáciou, ktorá kóduje jeho „telo“. Z tohto dôvodu môžeme využívať biologickú terminológiu a rozlišovať dve rôzne špecifikácie replikátora, jeho *genotyp* a *fenotyp*. **Genotyp** je informácia o architektúre replikátora, zatiaľ čo **fenotyp** je „telo“ replikátora. **Fitnes** replikátora (reálne kladné číslo) je určený schopnosťou fenotypu prežívať v danom prostredí a vstupovať do výhodných interakcií s inými replikátormi z populácie



Vzájomný vzťah medzi triádou „genotyp – fenotyp – fitnes“ je reprezentovaný postupnosťou dvoch zobrazení (pozri obr. 10)

$$G \xrightarrow{\text{fenotyp}} F \xrightarrow{\text{fitnes}} [0, \infty)$$

kde G je množina všetkých genotypov a F je množina všetkých fenotypov. To znamená, že prvotnou veličinou je genotyp, ktorý je zobrazovaný na fenotyp, potom fenotyp je zobrazovaný na fitnes (reprezentovaný kladným reálnym číslom). Prvé zobrazenie priradí každému genotypu telo – organizmus, nazývaný fenotyp. V biológii toto zobrazenie predpokladá existenciu procesu nazývaného embryogenéza, t. j. tvorba organizmu zo zárodka – genotypu.



Cvičenie 3.12. Akým spôsobom je určené fitness replikátora?

Riešenie. Fitness replikátora $x \in P$ je určený dvoma rôznymi prístupmi. **Prvý spôsob** chápe fitness ako atribút replikátora (vloženého do nejakého prostredia E), interakcie daného replikátora s populáciou sa ignorujú, potom

$$fitness(x) = F(x; E)$$

kde prostredie E je chápané ako parameter funkcie, ktorá replikátor x ohodnotí fitness, táto funkcia je určená len pomocou jeho genotypu (a prípadného vplyvu prostredia). **Druhý spôsob** určenia fitness je založený na predstave, že táto veličina je dominantne určená len interakciou daného replikátora x s ostatnými replikátormi v populácii (plus vplyv prostredia E)

$$fitness(x) = \sum_{\substack{x' \in P \\ x' \neq x}} F(x, x'; E)$$

Tento druhý prístup postuluje, že dominantná časť fitness je určená práve interakciou replikátorov v populácii. Takto je určené fitness replikátorov v aplikáciách evolučnej teórie hier (napr. pri štúdiu evolučného vzniku kooperácie v populácii). V týchto aplikáciách fitness replikátorov je určený schopnosťou spolupracovať alebo nespôlpracovať s inými replikátormi z populácie, a nie ich vnútornou architektúrou.

Cvičenie 3.13. Čo je koevolúcia?

Riešenie. Budeme študovať dva rôzne modely koevolúcie. **Prvý model** vyjadruje tzv. *kompetitívny koevolučný model*, kde existujú dve kvázinezavislé populácie, ktoré sú zložené z replikátorov rôznych druhov. Interakcia medzi týmito rôznymi populácia spočíva vo výpočte fitness replikátorov z jednotlivých populácií, fitness replikátora z prvej populácie je určený nielen jeho zložením (alebo jeho interakciou s ostatnými replikátormi z danej populácie), ale aj jeho interakciou s replikátormi z druhej populácie, napr.

$$fitness(x) = F_1(x) + \sum_{y \in P_2} F_{12}(x, y) \quad (\forall x \in P_1)$$

$$fitness(y) = F_2(y) + \sum_{x \in P_1} F_{21}(y, x) \quad (\forall y \in P_2)$$

Ak obe populácie chápeme ako jeden (ko)evolučný systém, potom evolučná optimalizácia môže byť taktiež interpretovaná ako „problém pohyblivého cieľa“, pretože funkcia fitness sa dynamicky mení s evolúciou populácií.

Druhý model sa nazýva *kooperatívny koevolučný model*, v ktorom existuje len jedna populácia, ale táto populácia je zložená z komplexov (usporiadaných dvojíc) replikátorov rôzneho druhu. Tieto komplexy sú chápané ako nezávislé objekty evolúcie, ich fitness je určený napr. takto

$$fitness(x, y) = F_1(x) + F_2(y) + G(x, y)$$

kde funkcie F_1 a F_2 určujú fitness jednotlivých zložiek komplexu, funkcia G špecifikuje príspevok k fitness na základe interakcie medzi zložkami komplexu. Tento model sa používa

vtedy, keď jednotlivé komponenty neexistujú nezávislé, sú na sebe silne závislé. Ako pekný ilustračný príklad pre kooperatívnu koevolúciu môže slúžiť „kultúrna“ aplikácia zaoberajúca sa koevolúciou génov a mémov. Tieto dva koevolučné modely sú znázornené na obrázku.

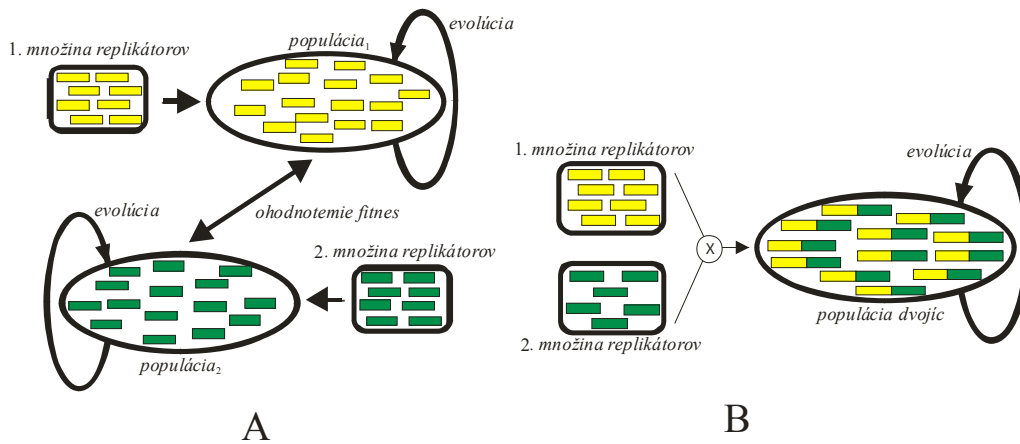
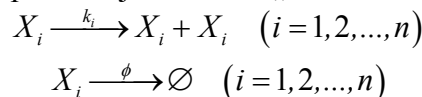


Diagram A vyjadruje kompetitívny model koevolúcie obsahujúci dve kvázinezávislé populácie, tieto populácie vzájomne interagujú prostredníctvom výpočtu fitness. Diagram B vyjadruje kooperatívny model koevolúcie, v tomto prípade populácia je zložená z dvojíc odlišných replikátorov. Fitness týchto dvojíc je určený jednak ich zložkami a taktiež aj ich vzájomnou interakciou.

Cvičenie 3.14. Ako sú definované Eigenove replikátory a aké procesy medzi nimi prebiehajú?

Riešenie. Eigen pod replikátorom chápe biomakromolekulu, ktorá je schopná procesu replikácie. Medzi replikátormi prebiehajú tieto dve „reakcie“



Prvá reakcia znamená, že molekula X_i sa replikuje s rýchlostnou konštantou k_i a druhá reakcia znamená, že molekula X_i zaniká s rýchlostnou konštantou ϕ (ktorá sa nazýva *zried'ovací tok* a bude špecifikovaná neskoršie). Ak použijeme k týmto reakciám štandardný fyzikálno-chemický zákon účinných hmotností, dynamika kinetického systému obsahujúceho obe reakcie je určená diferenciálnymi rovnicami

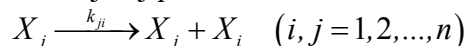
$$\dot{x}_i = x_i (k_i - \phi) \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

Tieto rovnice sú analyticky riešiteľné, ukazuje sa, koncentrácie $x_i(t)$ vyhovujú asymptotickej podmienke

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x_i(t) = \begin{cases} 1 & (\text{pre } k_i = k_{\max} = \max\{k_1, \dots, k_n\}) \\ 0 & (\text{ostatné prípady}) \end{cases}$$

To znamená, že v tomto systéme pretrváva molekula (víťaz), ktorá má najväčšiu reakčnú konštantu k_{\max} .

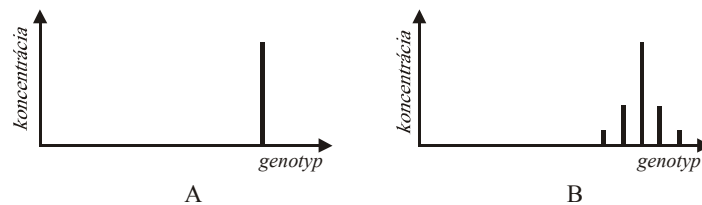
Pôvodný Eigenov model môže byť rozšírený tak, že replikačný proces nie je presný, s malou pravdepodobnosťou vznikajú aj procesom mutácie nové replikátory



kde k_{ji} je rýchlostná konštanta tejto nepresnej replikácie, pričom sa predpokladá, že matica rýchlostných konštánt $\mathbf{K} = (k_{ij})$ má dominantné diagonálne elementy, t.j. nediagonálne elementy sú podstatne (rádovo) menšie ako diagonálne elementy ($k_{ij} \ll k_{ii}$, pre $i, j = 1, 2, \dots, n$ a $i \neq j$). Tento dôležitý predpoklad vyplýva priamo zo skutočnosti, že "nepresné" replikácie pre $i \neq j$ sú veľmi vzácne, t.j. produkt X_j je uvažovaný ako mutácia eduktu X_i , $X_j = O_{mut}(X_i)$. Systém diferenciálnych rovníc popisujúci dynamické vlastnosti takto modifikovaného systému replikátorov má tvar

$$\dot{x}_i = x_i(k_{ii} - \phi) + \sum_{j \neq i} k_{ji} x_j \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

Aj tento systém diferenciálnych rovníc má analytické riešenie, dostaneme, že asymptotické riešenie obsahuje nielen víťazný replikátor s maximálnou rýchlostnou konštantou k_{max} , ale aj jeho blízkych „mutantov“



kde diagram A znázorňuje asymptotickú situáciu $t \rightarrow \infty$ pre systém replikátorov bez mutácií, ktoré sa presne replikujú. Diagram B znázorňuje asymptoticky stabilný stav systému, kde replikácia nie je presný proces, kde sa už uvažujú mutácie pri replikačnom procese. Stabilný stav je zložený z niekoľkých replikátorov, pričom najväčšia koncentrácia prislúcha replikátoru s maximálnou rýchlostnou konštantou k_{max} , ostatné replikátory sa vyskytujú s podstatne menšou koncentráciou.

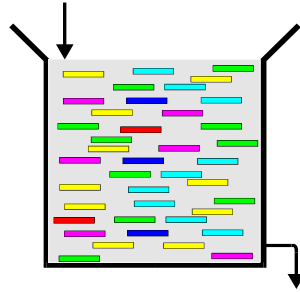
Cvičenie 3.14. Ako je špecifikovaná výpočtová metafora chemického reaktora – chemostatu?

Chemický reaktor - chemostat obsahuje formálne objekty nazývané „molekuly“, ktoré sú reprezentované reťazcami znakov

$$P = \{x_1, x_2, \dots, x_p\}$$

Chemostat nie je priestorovo štruktúrovaný, v chémii sa hovorí, že je s dobrým miešaním (well stirred reactor). Akt chemickej reakcie - replikácie spočíva v nasledujúcich troch krokoch:

- (1) náhodný výber replikátora x (ktorý je totožný s X_i) z chemostatu,
- (2) pre takto vybraný replikátor sa uskutoční s pravdepodobnosťou úmernou rýchlostnej konštante k_{ii} proces replikácie, pričom vznik chybného replikátora x' (ktorý je totožný s X_j) je uskutočnený s pravdepodobnosťou úmernou rýchlostnej konštante k_{ij} .
- (3) Vzniknutým novým replikátorom x' (bez mutácie alebo s mutáciou) sa nahradí iný náhodne vybraný replikátor z chemostatu (t.j. vo všetkých elementárnych krokoch máme v chemostate konštantný počet replikátorov).



Počítačová simulácia chemostatu a v ňom prebiehajúce replikačné reakcie sa dá pomerne jednoducho algoritmizovať pomocou stochastického prístupu. Tento prístup je založený na skutočnosti, že ak náhodne vyberieme z chemostatu nejaký replikátor, potom pravdepodobnosť toho, že tento replikátor je totožný s nejakým daným replikátorom X sa jednoducho rovná koncentrácii tohto replikátora v chemostate, $0 \leq c(X) \leq 1$. Pravdepodobnosť uskutočnenia replikácie sa rieši tak, že táto pravdepodobnosť je úmerná replikačnej rýchlostnej konštante. Algoritmicky môžeme chemostat implementovať pomocou pseudo-Pascalu týmto jednoduchým algoritmom:

```

chemostat:=náhodne vygenerovaná množina replikátorov;
t:=0;
while t<tmax then
begin
  t:=t+1;
  X:=Oselect(chemostat);
  if random<probrep(X) then
  begin
    X':=Omut(X);
    X'':=Oselect(chemostat);
    chemostat:=(chemostat+{X'})-{X''};
  end;
end;
end;

```

Algoritmus je inicializovaný náhodným vygenerovaním chemostatu. Pravdepodobnosť $\text{prob}_{\text{rep}}(X)$ je určená tak, že je úmerná rýchlostnej konštante replikácie X , pravdepodobnosť mutácie je zahrnutá priamo v operátore $O_{\text{mut}}(X')$.

Cvičenie 3.15. Realizuje metaforu chemostatu pre riešenie úlohy obchodného cestujúceho pre n miest.

Cvičenie 3.16 Realizuje metaforu chemostatu pre maximalizáciu funkcie jednej premennej $f(x)$, kde premenná $x \in \langle a, b \rangle$ je reprezentovaná binárnym reťazcom dĺžky n .

Cvičenie 3.17. Ako je definovaný „folding“ binárneho reťazca $x \in \{0,1\}^n$ dĺžky n ?

Cvičenie 3.18. Pomocou Algoritmu 3 zostrojte všetky možné maximálne foldings (s maximálnym počtom spárovaných komplementárnych dvojíc) pre daný binárny reťazec $x \in \{0,1\}^n$.

Cvičenie 3.19. Ako je špecifikovaná väzenská dilema? Ako je definovaná stratégia s pamäťou predchádzajúcej ťahu protihráča? Zovšeobecnite túto stratégiu pre pamäť predchádzajúcich dvoch ťahov súpera.

Cvičenie 3.20. Napíšte algoritmus v pseudokóde, ktorý pre dané dve stratégie $s_1 = (s_1^{(1)}, s_2^{(1)}, s_3^{(3)})$ a $s_2 = (s_1^{(2)}, s_2^{(2)}, s_3^{(3)})$ vypočíta vzájomné platby medzi 1. a 2. agentom po 10 ťahoch. Implementujte program a vypočítajte niekoľko ilustračných príkladov.

Cvičenie 3.21. Pomocou genetického algoritmu napíšte v pseudokóde algoritmus hry väzenská dilema pre n agentov, pričom populácia stratégií je náhodne inicializovaná. Vykrešlite koncentračné profily jednotlivých stratégií v priebehu evolúcie pre daný multiagentový systém.