8. prednáška

Teória argumentácie

8.1 Argumenty

Argumentácia patrí medzi dôležité aspekty ľudskej inteligencie. Integrálnou súčasťou rôznych profesionálnych aktivít je porovnávanie a analyzovanie argumentácie, hľadanie jej kľúčových zložiek, ktoré sú dôležité pre jej dôkaz alebo vyvrátenie. V súčasnej anglosaskej kultúre existuje už dlhodobá tradícia pestovať argumentáciu v rámci rétoriky a teoretických základov právnych vied, kde sú študované formálne základy argumentácie, t. j. ako je reprezentovaný argument, čo je protiargument k danému argumentu, ako sa vytvára proti-protiargument, aká je závislosť medzi argumentom a protiargumentom, a pod. Teória argumentácie sa do nedávna rozvíjala nezávisle [xx] od logiky, jej pojmového a argumentačného aparátu; bola vytváraná na filozofujúcej fenomenologickej úrovni, pričom poznatky logiky boli zväčša ignorované. V priebehu ostatných 20-30 rokov bol tento tradicionalistický fenomenologický prístup [xx] nahradený aplikáciami metód matematickej logiky, ktoré tvoria efektívny rámec pre vznik logickej teórie argumentácie. Môžeme konštatovať, že moderná teória argumentácie [xx] je aplikácia matematickej logiky k špecifikácii a analýze jednotlivých pojmov, techník a metód argumentácie. Tento prístup umožňuje v rámci matematickej logiky študovať teóriu argumentácie ako aplikovanú logickú disciplínu.

Pod ***argumentom*** budeme rozumieť logickú štruktúru, ktorá obsahuje:

- poznatkovú databázu (***podporu***) reprezentovanú množinou formúl $\Phi = \{\varphi_1, \varphi_2, ..., \varphi_n\} \subseteq \Delta$, kde univerzálna množina $\Delta = \{\varphi, \varphi', ...\}$ obsahuje formuly, ktoré nie sú kontradikcie, pričom sa nepožaduje, aby táto množina bola konzistentná
- ***metódu inferencie***, pomocou ktorej zostrojíme pomocou formúl z podpory Φ
- ***záver*** α.

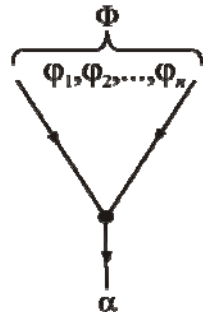
Inferenciu môžeme formálne vyjadriť pomocou schémy

$$\frac{\varphi_1, \varphi_2, ..., \varphi_n}{\alpha} \qquad (8.1)$$

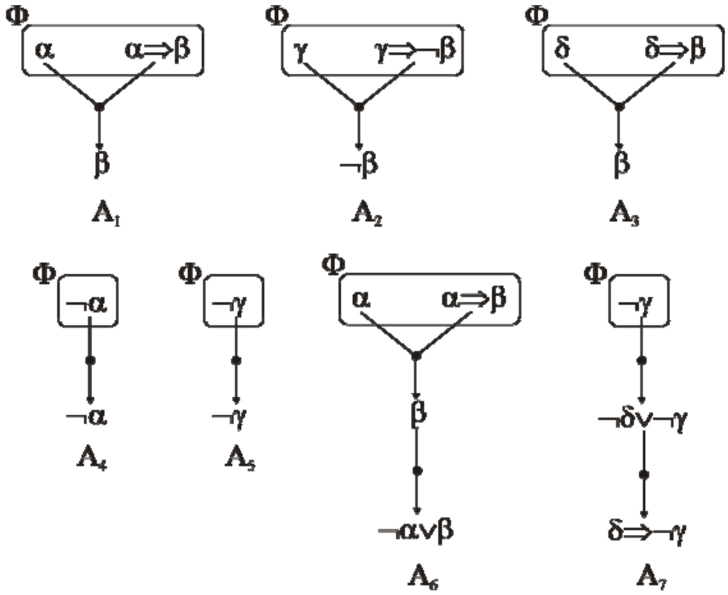
V hornej časti tejto schémy sú predpoklady a v dolnej časti je záver. Typ inferencie môže byť veľmi rôznorodý, napr. deduktívna inferencia, analogická inferencie, abdukcia, indukcia a pod. V tejto kapitole sa budeme zaoberať len klasickou deduktívnou inferenciou, ktorá je založená na zásadách klasickej výrokovej logiky. To znamená, že naša východisková pozícia pri konštrukcii teórie usudzovania je, že deduktívna schéma usudzovania (8.1), ktorú môžeme stotožniť s nejakou schémou usudzovania prirodzenej dedukcie z kapitoly 4.1. Môžeme teda konštatovať, že záver α je logickým dôsledkom predpokladov z množiny Φ, $\Phi \vdash \alpha$.

Definícia 8.1. ***Argument*** je usporiadaná dvojica $A = (\Phi, \alpha)$, kde $\Phi \subseteq \Delta$ je podmnožina formúl z Δ, ktorá vyhovuje podmienkam:
(1) $\Phi \nvdash \perp$ (podmienka konzistentnosti),
(2) $\Phi \vdash \alpha$ (z podmnožiny Φ logicky vyplýva formula α),
(3) Φ je minimálna množina vyhovujúca podmienke (2) (stačí, ak odstránime jeden prvok podmnožiny Φ a prestane platiť podmienka $\Phi \vdash \alpha$).

Formula α sa nazýva ***dôsledok*** argumentu a podmnožina Φ sa nazýva ***podpora*** (support) argumentu.



Obrázok 8.1. Schematické znázornenie argumentu špecifikovaného podľa definície 8.1. V hornej časti diagramu sú uvedené východiskové predpoklady argumentu (konzistetná podpora argumentu), v dolnej časti diagramu je uvedený dôsledok (výsledná formula) α, ktorý je odvodený pomocou zásad prirodzenej dedukcie výrokovej logiky (táto postupnosť operácií prirodzenej logiky je reprezentovaná šípkami idúcimi zhora nadol).



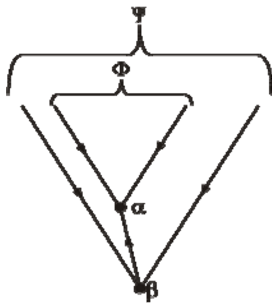
Obrázok 8.2. Znázornenie jednotlivých argumentov A_1-A_7 z príkladu 8.1. Dôsledok každého argumentu je vytvorený pomocou zásad prirodzenej dedukcie aplikovanej na formuly z podpory daného argumentu.

Príklad 8.1. Nech $\Delta = \{\alpha, \alpha \Rightarrow \beta, \gamma \Rightarrow \neg\beta, \gamma, \delta, \delta \Rightarrow \beta, \neg\alpha, \neg\gamma\}$, potom nad touto množinou formúl môžeme definovať tieto argumenty:

- $A_1 = (\{\alpha, \alpha \Rightarrow \beta\}, \beta)$,
- $A_2 = (\{\gamma \Rightarrow \neg\beta, \gamma\}, \neg\beta)$,
- $A_3 = (\{\delta, \delta \Rightarrow \beta\}, \beta)$,
- $A_4 = (\{\neg\alpha\}, \neg\alpha)$,
- $A_5 = (\{\neg\gamma\}, \neg\gamma)$,
- $A_6 = (\{\alpha, \alpha \Rightarrow \beta\}, \neg\alpha \vee \beta)$,
- $A_7 = (\{\neg\gamma\}, \delta \Rightarrow \neg\gamma)$.

Definícia 8.2. Hovoríme, že argument $A=(\Phi,\alpha)$ je ***konzervatívnejší*** ako argument $A'=(\Psi,\beta)$ vtedy a len vtedy, ak $\Phi\subseteq\Psi$ a $\beta\vdash\alpha$.

Obrazne môžeme povedať, že konzervatívnejší argument má všeobecnejší charakter, kladie menšie požiadavky na podporu a menej špecifický na dôsledok α.



Obrázok 8.3. Schematické znázornenie vzťahu konzervatívnosti medzi dvoma argumentami $A=(\Phi,\alpha)$ a $A'=(\Psi,\beta)$. Hovoríme, že argument *A* je konzervatívnejší ako argument *A*´ práve vtedy, ak $\Phi\subseteq\Psi$ a formula α je logickým dôsledkom formuly β, $\beta\vdash\alpha$.

Príklad 8.2. Majme dva argumenty $A=\left(\underbrace{\{p,p\Rightarrow q\}}_{\Phi},\underbrace{q}_{\alpha}\right)$ a $A'=\left(\underbrace{\{p,p\Rightarrow q,q\Rightarrow r\}}_{\Psi},\underbrace{q\wedge r}_{\beta}\right)$, pričom platí $\underbrace{q\wedge r}_{\beta}\vdash\underbrace{q}_{\alpha}$. Pretože platí $\Phi\subseteq\Psi$ a $\beta\vdash\alpha$, argument *A* je konzervatívnejší ako argument *A*´. Túto skutočnosť môžeme alternatívne vyjadriť takto

$$\left.\begin{array}{l}(\{p,p\Rightarrow q\},q)\\ \{q,q\Rightarrow r\}\vdash r\wedge q\end{array}\right\}\Rightarrow(\{p,p\Rightarrow q,q\Rightarrow r\},r\wedge q)$$

t. j. rozšírením argumentu $A=(\{p,p\Rightarrow q\},q)$ o ďalší člen $q\Rightarrow r$ dostaneme nový argument $A'=(\{p,p\Rightarrow q,q\Rightarrow r\},r\wedge q)$, pričom v zmysle definície 8.2 argument *A* je konzervatívnejší ako argument *A*´.

Príklad 16.3. Podmienka 2 z definície 16.1 nám zabezpečuje, že zloženie podpory Φ je dostačujúce na to, aby sme dostali požadovaný dôsledok α. Sledujme jednoduchý ilustračný príklad nazývaný v klasickej logike „entyméma“, kde určitá premisa nie je uvedená explicitne, pretože je očividná.

Nech Mariková nemôže byť hosťujúcim mestom zimnej olympiády, pretože je malé mesto, môže byť hosťujúcim mestom olympiády len vtedy, ak je veľkým mestom. Formalizujme tieto poznatky

$$\frac{\begin{array}{c}mar\Rightarrow vm=\text{´}Mariková\ hosťuje\ olympiádu\text{´}\Rightarrow\text{´}Mariková\ je\ veľké\ mesto\text{´}\\ mm=\text{´}Mariková\ je\ malé\ mesto\ mesto\text{´}\end{array}}{\neg mar=\text{´}Mariková\ nemôže\ hosťovať\ olympiádu\text{´}}$$

Podľa klasickej logiky , z uvedených predpokladov nemôžeme dostať uvedený záver, t. j. $\{mar\Rightarrow vm,mm\}\nvdash\neg mar$ Ak predpoklady tejto schémy usudzovania rozšírime o nový (evidentne platný) predpoklad $mm\Rightarrow\neg vm$ = ´*ak Mariková je malé mesto*´, potom ´*Mariková* *nie je veľké mesto′*, z uvedenej schémy dostaneme požadovaný záver, $\{mm \Rightarrow \neg vm, mar \Rightarrow vm, mm\} \vdash \neg mar$.

Veta 8.1. Výraz (Φ,α) je argumentom vtedy a len vtedy, ak rozšírená podpora $\Phi \cup \{\neg\alpha\}$ je minimálne nekonzistentná.

Dôkaz rozdelíme na dva kroky:
(1⇒) Nech (Φ,α) je argument, potom Φ je konzistentná množina ($(\Phi \nvdash \bot) \equiv (\Phi \vdash \top)$) a $\Phi \vdash \alpha$. Potom rozšírenie podpory Φ o negáciu ¬α má za dôsledok, že pôvodne konzistentná množina sa stáva nekonzistentnou, $\Phi \cup \{\neg\alpha\} \vdash \bot$.

(2⇐). Predpokladajme, že rozšírená podpora $\Phi \cup \{\neg\alpha\}$ je minimálne nekonzistentná, ak napr. odstránime z nej formulu ¬α, potom podpora Φ je už konzistentná. Taktiež, musí platiť $\Phi \vdash \alpha$, lebo len v tomto prípade je $\Phi \cup \{\neg\alpha\}$ nekonzistentná.

Definícia 8.3. Argumenty (Φ,α) a (Ψ,β) sú ***ekvivalentné*** vtedy a len vtedy, ak množiny Φ a Ψ sú rovné a formuly α a β sú ekvivalentné.

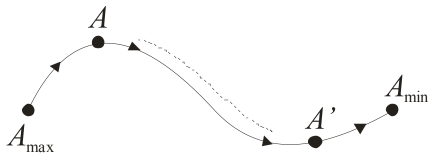
Veta 8.2. Argumenty (Φ,α) a (Ψ,β) sú ***ekvivalentné*** $(A \sim A')$ vtedy a len vtedy, ak argument (Φ,α) je konzervatívnejší ako argument (Ψ,β) a argument (Ψ,β) je konzervatívnejší ako argument (Φ,α).

Dôkaz tejto vety vykonáme v dvoch krokoch:
(1⇒) Nech (Φ,α) je konzervatívnejší ako argument (Ψ,β), potom $\Phi \subseteq \Psi$ a $\beta \vdash \alpha$, čo môžeme prepísať ako tautológiu $\beta \Rightarrow \alpha$.
(2⇐) Nech (Ψ,β) je konzervatívnejší ako argument(Φ,α), potom $\Psi \subseteq \Phi$ a $\alpha \vdash \beta$, čo môžeme opäť prepíšeme ako tautológiu $\alpha \Rightarrow \beta$.
Ak zhrnieme tieto dva výsledky dostaneme $(\Phi \subseteq \Psi) \wedge (\Psi \subseteq \Phi)$ a $(\beta \Rightarrow \alpha) \wedge (\alpha \Rightarrow \beta)$, čo môžeme prepísať ako $\Phi = \Psi$ a $\alpha \equiv \beta$, čo bolo potrebné dokázať.

Nech $\mathcal{A} = \{A, A', ...\}$ je množina argumentov, ktoré sú zostrojené nad rovnakou univerzálnou množinou $\Delta = \{\varphi, \varphi', ...\}$, ukážeme, že množina $\mathcal{A}$ tvorí čiastočne usporiadanú množinu (poset). Definujme binárnu reláciu

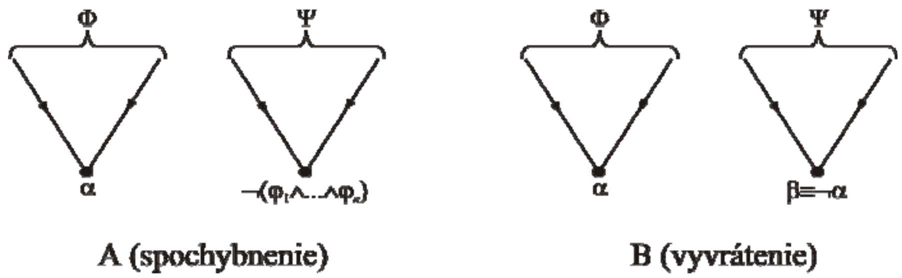
$$A \sqsupseteq A' =_{def} \begin{cases} A \sim A' \\ argument\ A\ je\ konzervatívnejší\ ako\ arg\,ument\ A' \end{cases} \quad (8.2)$$

Pomocou tejto relácie môžeme čiastočne usporiadať množinu $\mathcal{A}$ tak, že ak sú dva argumenty $A, A' \in \mathcal{A}$ sú vo vzájomnej relácii, $A \sqsupseteq A'$, potom ich spojíme orientovanou čiarou vychádzajúcou z argumentu A a končiacou v argumente A'. Ľahko sa ukáže, že takto špecifikovaná relácia, interpretovaná pomocou orientovaného grafu, je tranzitívna a reflexívna. Potom argument A_{max} môžeme nazývať ***maximálne konzervatívny argument***, keď neexistuje taký argument, ktorý by bol konzervatívnejší vzhľadom k argumentu A. Podobne, argument A_{min} môžeme nazývať ***minimálne konzervatívny argument***, keď neexistuje taký argument, ktorý by bol menej konzervatívnejší vzhľadom k argumentu A., pozri obrázok 8.4.



Obrázok 8.4. Diagramatická reprezentácia maximálne konzervatívneho argumentu (A_{max}) a minimálne konzervatívneho argumentu (A_{min}), ktoré sú usporiadané takto: $A_{max} \sqsupseteq A \sqsupseteq ... \sqsupseteq A' \sqsupseteq A_{min}$. Poznamenajme, že dva argumenty A a A' sú spojené orientovanou hranou práve vtedy, ak $A \sqsupseteq A'$. K maximálne konzervatívnemu argumentu neexistuje taký argument, ktorý by bol viac konzervatívnejší ako A_{max}. Podobne k minimálne konzervatívnemu argumentu, ktorý by bol menej konzervatívnejší ako A_{min}.

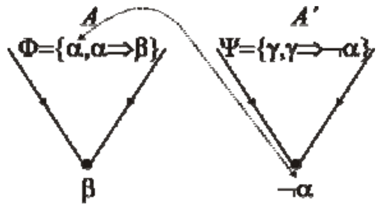
Centrálnu pozíciu v teórii argumentácie má pojem konfliktu (ataku) jedného argumentu druhým. V „klasickej" teórii argumentácie sa tieto konflikty medzi argumentmi študujú pomocou relácie, ktorá je definovaná ako podmnožina karteziánskeho súčinu množiny všetkých možných argumentov so sebou samým. Jedná sa o formálny „fenomenologický" prístup, ktorý ignoruje vnútornú štruktúru argumentov založenú na deduktívnej výrokovej logike. V ďalšom postupe použijeme „nefenomologický" prístup k štúdiu konfliktov medzi argumentmi, ktorý využíva ich vnútornú logicko-výrokovú štruktúru (pozri obr. 8.5).



Obrázok 8.5. Diagramatická reprezentácia dvoch rôznych konfliktov daného argumentu s iným argumentom. Diagram A reprezentuje konflikt pomocou spochybnenia (ang. *undercut*), kde argument (Ψ,β) spochybňuje argument (Φ,α) tak, že formula β je priamo ekvivalentná $\neg(\varphi_1 \wedge ... \wedge \varphi_n)$, $\Psi \vdash \neg(\varphi_1 \wedge ... \wedge \varphi_n)$, kde $\{\varphi_1,...,\varphi_n\} \subseteq \Phi$, t. j. argument (Ψ,β) je v konflikte s argumentom (Φ,α) tak, že záver β je v kontradikcii aspoň s jedným predpokladom argumentu (Φ,α). Diagram B reprezentuje konflikt pomocou vyvrátenia (angl. *rebuttal*) , kde argument (Ψ,β) je v konflikte s argumentom (Φ,α) tak, že záver β je ekvivalentný negácii záveru α, $\beta \equiv \neg\alpha$. To znamená, že v tomto druhom prípade, jeden argument vyvracia druhý argument tak, že záver β prvého je negáciou záveru druhého argumentu.

Definícia 8.4.
(1) Hovoríme, že argument (Ψ,β) ***spochybňuje*** (ang. *undercut*) argument (Φ,α) práve vtedy, ak $\beta \equiv \neg(\varphi_1 \wedge ... \wedge \varphi_n)$, pre $\{\varphi_1,...,\varphi_n\} \subseteq \Phi$.
(2) Hovoríme, že argument (Ψ,β) ***vyvrácia*** (ang. *rebuttal*) argumentu (Φ,α) práve vtedy, ak $\beta \equiv \neg\alpha$.

Príklad 8.3. Nech univerzálna množina poznatkov má tvar $\Delta = \{\alpha, \alpha \Rightarrow \beta, \gamma, \gamma \Rightarrow \neg\alpha\}$, z tejto množiny vytvoríme dva argumenty $A = (\{\alpha, \alpha \Rightarrow \beta\}, \beta)$ a $A' = (\{\gamma, \gamma \Rightarrow \neg\alpha\}, \neg\alpha)$. Môžeme povedať, že argument $A' = (\{\gamma, \gamma \Rightarrow \neg\alpha\}, \neg\alpha)$ spochybňuje argument $A = (\{\alpha, \alpha \Rightarrow \beta\}, \beta)$, pretože záver $\neg\alpha$ argumentu A' atakuje podporu $\Phi = \{\alpha, \alpha \Rightarrow \beta\}$ argumentu $A = (\{\alpha, \alpha \Rightarrow \beta\}, \beta)$, pozri obr. 8.6.



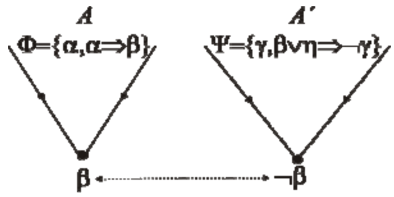
Obrázok 8.6. Schematické znázornenie konfliktu – spochybnenia medzi argumentmi A a A´ z príkladu 8.3.

Príklad 8.4. Nech univerzálna množina poznatkov má tvar $\Delta = \{\alpha, \alpha \Rightarrow \beta, \gamma, \beta \vee \eta \Rightarrow \neg\gamma\}$, z tejto množiny vytvoríme dva argumenty $A = (\{\alpha, \alpha \Rightarrow \beta\}, \beta)$ a $A' = (\{\gamma, \beta \vee \eta \Rightarrow \neg\gamma\}, \neg\beta)$. Pre úplnosť znázorníme pomocou prirodzenej dedukcie odvodenie záveru $\neg\beta$ pre argument A', pozri tabuľku 8.1.

Tabuľka 8.1. Prirodzená dedukciu pre tvorbu dôsledku $\neg\beta$ z predpokladov $\{\gamma, \beta \vee \eta \Rightarrow \neg\gamma\}$ (pozri príklad 8.4)

1	γ	1. predpoklad
2	$\beta \vee \eta \Rightarrow \neg\gamma$	2. predpoklad
3	$\gamma \Rightarrow \neg(\beta \vee \eta)$	aplikácia transpozície implikácie na 2
4	$\gamma \Rightarrow \neg\beta \wedge \neg\eta$	prepis 3 pomocou DeMorganovho zákona
5	$\neg\beta \wedge \neg\eta$	alikácia modus ponens na 1 a 4
6	$\neg\beta$	aplikácia eliminácie konjunkcie na 5

Na obr. 8.7 sú diagramaticky znázornené argumenty A a A', je ukázané, že tieto argumenty sú vo vzájomnom konflikte nazývanom vyvrátenie, ich závery sú vo vzájomnej kontradikcii.



Obrázok 8.7. Schematické znázornenie konfliktu – vyvrátenia medzi argumentmi A a A´ z príkladu 8.4.

Veta 8.3. Argument (Ψ, β) je ***vyvrátenie*** argumentu (Φ, α) vtedy a len vtedy, ak formula $\alpha \equiv \neg\beta$ je tautológiou.

Táto veta je jednoduchým dôsledkom definície konfliktu - vyvrátenia medzi dvojicou argumentov.

Príklad 8.5. Nech $\Delta = \{\alpha, \beta, \neg\alpha, \neg\beta\}$ je univerzálna množina poznatkov, zostrojíme nad ňou tieto argumenty

$$A_0 = (\{\alpha, \beta\}, \alpha \wedge \beta)$$

$$A_1 = (\{\neg\alpha\}, \neg(\alpha \wedge \beta))$$
$$A_2 = (\{\neg\beta\}, \neg(\alpha \wedge \beta))$$

Argumenty A_1 a A_2 sú spochybnenia argumentu A_0. Pre úplnosť ešte uvedieme v tabuľke 8.2 prirodzené dedukcie pre jednotlivé argumenty, ktoré z predpokladov každého argumentu vedú k jeho záveru.

Tabuľka 8.2. Inferenčné schémy pre jednotlivé argumenty z príkladu 8.5

argument A_0	argument A_1	argument A_2
$\dfrac{\alpha \quad \beta}{\alpha \wedge \beta}$	$\dfrac{\neg\alpha}{\neg\alpha \vee \neg\beta}$ $\neg(\alpha \wedge \beta)$	$\dfrac{\neg\beta}{\neg\alpha \vee \neg\beta}$ $\neg(\alpha \wedge \beta)$

Veta 8.4. Nech argument (Ψ, β) je spochybnenie argumentu (Φ, α), potom aj argument (Φ, α) je spochybnenie argumentu (Ψ, β), t. j. vzťah spochybnenia medzi dvojicou argumentov (Ψ, β) a (Φ, α) je symetrický.

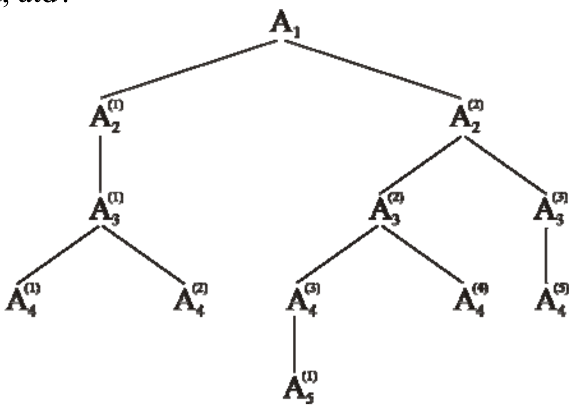
Z predpokladu, že (Ψ, β) je spochybnenie argumentu (Φ, α) vyplýva, pre $\Phi = \{\varphi_1, ..., \varphi_n\}$; potom $(\Psi, \beta) = (\Psi, \neg(\varphi_1 \wedge ... \wedge \varphi_n))$. Pre záver β z definície argumentu vyplýva $\Psi \vdash \beta$, alebo $\Psi \vdash \neg(\varphi_1 \wedge ... \wedge \varphi_n)$, čo môžeme prepísať ako implikáciu $\psi_1 \wedge ... \wedge \psi_n \Rightarrow \neg(\varphi_1 \wedge ... \wedge \varphi_n)$, použitím transpozície implikácie dostaneme $\varphi_1 \wedge ... \wedge \varphi_n \Rightarrow \neg(\psi_1 \wedge ... \wedge \psi_n)$. Týmto sme dokázali, že z predpokladu platnosti vety vyplýva $\Phi \vdash \neg(\psi_1 \wedge ... \wedge \psi_n)$. čiže môžeme zostrojiť argument $(\Phi, \neg(\psi_1 \wedge ... \wedge \psi_n))$, ktorý je spochybnenie argumentu (Ψ, β).

Veta 8.5. Nech argument (Ψ, β) je vyvrátením argumentu (Φ, α), potom aj argument (Φ, α) je vyvrátení argumentu (Ψ, β), t. j. vzťah vyvrátenia medzi dvojicou argumentov (Ψ, β) a (Φ, α) je symetrický.

Z predpokladu, že (Ψ, β) je vyvrátením argumentu (Φ, α) vyplýva ekvivalencia $\beta \equiv \neg\alpha$, potom platí aj $\alpha \equiv \neg\beta$, t. j. argument (Φ, α) je vyvrátením argumentu (Ψ, β), čo bolo potrené dokázať.

8.2. Stromy argumentácie

Pod argumentáciou rozumieme proces, ktorý je zahájený počiatočným argumentom, $A_1 = (\Phi_1, \alpha_1)$, ktorého záver α_1 logicky vyplýva (čo môžeme napr. verifikovať pomocou prirodzenej dedukcie) z podpory Φ_1, formálne $\Phi_1 \vdash \alpha_1$. Námietka (prvý protiargument) je vytvorený pomocou ataku $A_2 = (\Phi_2, \alpha_2)$, kde dôsledok α_2 je v kontradikcii aspoň s jedným predpokladom $\varphi \in \Phi_1$ (spochybnenie), alebo je v kontradikcii so záverom α_1, $\alpha_1 \equiv \neg\alpha_2$. Týchto atakov počiatočného argumentu A_1 môže byť vytvorených niekoľko. Tento proces opakujeme tak dlho, ako je možné vytvárať neekvivalentné ataky argumentov z predchádzajúcej etapy. Konštrukciu týchto argumentácií a ich protiargumentácií môžeme znázorniť pomocou ***stromu argumentácie*** (pozri obr. 8.8) , ktorý je koreňovým stromom, kde koreňom je počiatočný argument A_1, v nasledujúcej vrstve sú umiestnené protiargumenty k pôvodnému argumentu, atď.



Obrázok 8.8. Schematické znázornenie ***argumentačného stromu***, ktorého vrcholom je počiatočný argument A_1. V nasledujúcej vrstve (idúc zhora nadol) sú umiestnene protiargumenty vzhľadom k počiatočnému argumentu, ktoré sú realizované buď pomocou spochybnení alebo vyvrátení počiatočného argumentu. V nasledujúcej (tretej) vrstve sú umiestnené proti-protiargumenty vzhľadom k protiargumentom z druhej vrstvy, ktoré sú taktiež realizované buď pomocou spochybnení alebo vyvrátení protiargumentov. Tento proces predlžovania argumentačného stromu končí vtedy, keď vzhľadom k argumentom z predchádzajúcej vrstvy sa začnú opakovať protiargumenty už použité v predchádzajúcich vrstvách.

Tabuľka 8.3. Inferenčné schémy
pre jednotlivé argumenty z príkladu 8.6

argument A_1	argument $A_2^{(1)}$	argument $A_2^{(2)}$	argument $A_3^{(1)}$
$\begin{array}{l} r \\ (\neg r \Rightarrow \neg p) \Rightarrow \neg q \\ \hline r \vee \neg p \\ \neg r \Rightarrow \neg p \\ \neg q \end{array}$	$\begin{array}{l} s \\ (p \Rightarrow s) \Rightarrow q \\ \hline \neg p \vee s \\ p \Rightarrow s \\ q \end{array}$	$\begin{array}{l} s \\ (p \Rightarrow s) \Rightarrow q \\ (\neg r \Rightarrow \neg p) \Rightarrow \neg q \\ \hline \neg p \vee s \\ p \Rightarrow s \\ q \\ q \Rightarrow \neg(\neg r \Rightarrow \neg p) \\ \neg(\neg r \Rightarrow \neg p) \\ \neg(p \Rightarrow r) \end{array}$	$\begin{array}{l} \neg p \\ (\neg r \Rightarrow \neg p) \Rightarrow \neg q \\ \hline r \vee \neg p \\ \neg r \Rightarrow \neg p \\ \neg q \end{array}$

Príklad 8.6. Nech $\Delta = \{r, s, \neg p, (\neg r \Rightarrow \neg p) \Rightarrow \neg q, (p \Rightarrow s) \Rightarrow q\}$. Z tejto univerzálnej databázy poznatkov vytvoríme tieto argumenty

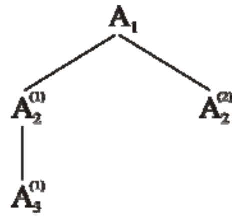
$$A_1 = (\{r, (\neg r \Rightarrow \neg p) \Rightarrow \neg q\}, \neg q),$$

$$A_2^{(1)} = (\{s, (p \Rightarrow s) \Rightarrow q\}, q),$$

$$A_2^{(2)} = (\{s, (p \Rightarrow s) \Rightarrow q, (\neg r \Rightarrow \neg p) \Rightarrow \neg q\}, \neg(p \Rightarrow r)),$$

$$A_3^{(1)} = (\{\neg p, (\neg r \Rightarrow \neg p) \Rightarrow \neg q\}, \neg q).$$

Pre každý argument zostrojíme príslušné schéma usudzovania prirodzenej dedukcie, pomocou ktorého z predpokladov argumentu uvedených v zložených zátvorkách zostrojíme dôsledok (pozri tabuľku 8.3). Strom argumentácie má tvar znázornený na obr. 8.9.



Obrázok 8.9. Strom argumentácie pre argumenty z príkladu 8.6. Koreňom tohto stromu je argument A_1, protiargumenty vzhľadom k tomuto koreňovému argumentu sú argumenty z druhej vrstvy stromu $A_2^{(1)}$ a $A_2^{(2)}$. V tretej vrstve máme jeden argument $A_3^{(1)}$, ktorý je protiargument $A_2^{(1)}$ a proti-protiargument koreňového argumentu A_1. Poznamenajme, že argument $A_2^{(1)}$ je vyvrátením argumentu A_1, argument $A_2^{(2)}$ je spochybnením argumentu A_1. Konečne, argument $A_3^{(1)}$ je spochybnením argumentu $A_2^{(1)}$. Určitú poznámku si zasluhuje naše tvrdenie, že argument $A_2^{(2)}$ je spochybnením argumentu A_1, ako vyplýva z tabuľky 8.3, jeho dôsledok je $\neg(p \Rightarrow r)$, čo môže byť prepísané do ekvivalentného tvaru $p \wedge \neg r$, kde $\neg r$ spochybňuje jeden predpoklad r z podpory koreňového argumentu A_1.

Môžeme si položiť dôležitú otázku, akým spôsobom ukončiť konštrukciu stromu argumentácie? Je jasné, že opakovaním rovnakých sledov argumentov môžeme zväčšovať veľkosť stromu argumentácie do ľubovoľnej veľkosti. Použijeme konvenciu, že v danom slede – ceste argumentov (v strome argumentácie) sa nesmú opakovať argumenty, použitím tejto jednoduchej podmienky dostaneme, že ***veľkosť stromu argumentácie je konečná***.

Ďalším nemej dôležitým problémom je pre danú univerzálnu množinu $\Delta = \{\varphi, \varphi', ...\}$ zostrojiť všetky možné argumenty

$$\mathcal{A} = \{A = (\Phi, \alpha)\, ; (\Phi \subseteq \Delta) \wedge (\Phi \nvdash \perp) \wedge (\Phi \vdash \alpha)\} \tag{8.3}$$

To znamenám že pre danú podporu $\Phi \subseteq \Delta$ musíme zistiť, či je (1) konzistentná a (2) nájsť takú formulu – záver α, ktorá je (a) logickým dôsledkom podpory, $\Phi \vdash \alpha$, pričom podpora Φ je (b) minimálna vzhľadom k tejto podmienke (pozri definíciu 8.1). Tieto dve podmienky pomerne silne ohraničujú dôsledok α, jeho konštrukcia na základe znalosti podpory Φ je netriviálny problém, ktorého riešenie vyžaduje pomerne sofistikovaný teoretický prístup výrokovej logiky. Zvolíme sémantický prístup k riešeniu tohto problému, t. j. relácia logického vyplývania $\Phi \vdash \alpha$ je nahradená reláciou tautologického vyplývania $\Phi \vDash \alpha$. Tento prechod od „syntaktického“ prístupu k „sémantickému“ prístupu je umožnený dobre známou skutočnosťou, že výroková logika je korektná a úplná (t. j. $(\Phi \vdash \alpha) \equiv (\Phi \vDash \alpha)$). V kapitole 3.2.1 je popísané riešene tohto problému konštrukcie dôsledku α ako tautologického vyplývania z podpory – teórie $\Phi = \{\varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge ... \wedge \varphi_n\}$ pomocou sémantických tabiel. Túto metódu môžeme rozdeliť do dvoch krokov:

(1) Zostrojíme sémantické tablo pre konjunkciu formúl z podpory, t. j. koreňom sémantického tabla je formula $\varphi = \varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge ... \wedge \varphi_n$. Pomocou otvorených vetiev tohto sémantického tabla vytvoríme množinu modelov podpory $M(\Phi) = \{\tau_1, \tau_2, ..., \tau_a\}$, kde interpretácie – modely τ´s špecifikujú pravdivostné hodnoty výrokových atomických premenných $p_1, p_2, ..., p_n$.

(2) Pomocou formuly (3.3) zostrojíme pre množinu modelov $M(\Phi)$ zostrojíme formulu

$$\alpha = \bigvee_{\tau \in M(\Phi)} p_1^{(\tau_1)} \wedge p_2^{(\tau_2)} \wedge \ldots \wedge p_n^{(\tau_n)} \tag{8.4a}$$

kde pre model $\tau = \left(\tau^{(1)}, \tau^{(2)}, \ldots, \tau^{(n)}\right) \in M(\boldsymbol{T})$ nové premenné sú určené takto

$$p_i^{(\tau^{(i)})} = \begin{cases} p_i & \left(ak\ \tau^{(i)} = 1\right) \\ \neg p_i & \left(ak\ \tau^{(i)} = 0\right) \\ 1 & \left(ak\ \tau^{(i)} = \#\right) \end{cases} \tag{8.4b}$$

formula α je pravdivá pre každý model $\tau \in M(\Phi)$, t. j. tautologicky vyplýva z podpory Φ, $\Phi \vDash \alpha$.

Týmto jednoduchým postupom môžeme pomocou techniky sémantických tabiel zostrojiť dôsledok α pre zvolenú podporu Φ. Vyššie špecifikovaná dvojkroková procedúra zabezpečuje aj platnosť podmienky minimálnosti podpory Φ vzhľadom k dôsledku α. To znamená, že metóda sémantických tabiel nám poskytuje jednoduchú dvojkrokovú procedúru konštrukcie argumentov (Φ, α) a teda aj množiny $\mathcal{A}$, pomocou ktorej môžeme pristúpiť ku konštrukcii stromu argumentácií, čo chápeme, ako hlavný cieľ tejto kapitoly.

Tabuľka 8.4. Schémy usudzovania jednotlivých argumentov $A_{0\text{-}4}$ z príkladu 8.7

argument A_0	argument A_1	argument A_2	argument A_3	argument A_4
p $p \Rightarrow q$ $q \Rightarrow r$ ——— q r	u $(p \Rightarrow q) \Rightarrow \neg u$ ——— $\neg(p \Rightarrow q)$	v $(q \Rightarrow r) \Rightarrow \neg v$ ——— $\neg(q \Rightarrow r)$	u v $u \wedge v \Rightarrow \neg p$ ——— $\neg p$	$r \Rightarrow u \wedge v$ $(p \Rightarrow q) \Rightarrow \neg u$ $p \Rightarrow q$ ——— $\neg u$ $\neg u \vee \neg v$ $\neg(u \wedge v)$ $\neg r$

Príklad 8.7. Nech univerzálna databáza obsahuje tieto formuly – poznatky

$$\Delta = \{p, p \Rightarrow q, q \Rightarrow r, u, v, u \wedge v \Rightarrow \neg p, (p \Rightarrow q) \Rightarrow \neg u, (q \Rightarrow r) \Rightarrow \neg v, r \Rightarrow u \wedge v\}$$

Nad touto univerzálnou databázou zostrojíme tento počiatočný argument

$$A_0 = (\{p, p \Rightarrow q, q \Rightarrow r\}, r)$$

Tento argument je spochybnený argumentmi

$$A_1 = (\{(p \Rightarrow q) \Rightarrow \neg u, u\}, \neg(p \Rightarrow q))$$

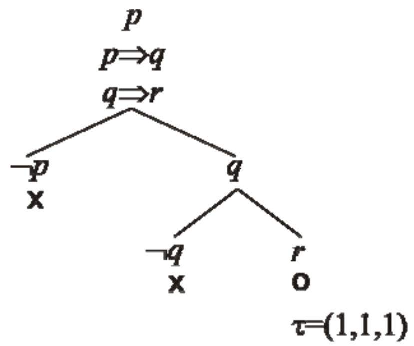
$$A_2 = (\{(q \Rightarrow r) \Rightarrow \neg v, v\}, \neg(q \Rightarrow r))$$

$$A_3 = (\{u, v, u \wedge v \Rightarrow \neg p\}, \neg p)$$

Vyvrátenie počiatočného argumentu dosiahneme týmto argumentom

$$A_4 = (\{r \Rightarrow u \wedge v, (p \Rightarrow q) \Rightarrow \neg u, p \Rightarrow q\}, \neg r)$$

Schémy usudzovania založené na vybraných argumentoch z Δ sú uvedené v tabuľke 8.4. Na príklade argumentu A_0 vysvetlíme konštrukciu záveru r pomocou sémantického tabla pre konjunkciu formúl z podpory $\Phi = \{p, p \Rightarrow q, q \Rightarrow r\}$, pozri obr. 8.10.



Obrázok 8.10. Sémantické tablo zostrojene pre konjunkciu $p \wedge (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)$ elementov z podpory $\Phi = \{p, p \Rightarrow q, q \Rightarrow r\}$ z príkladu 8.7, ktoré má len jednu vetvu otvorenú. Potom model $M(\Phi)$ obsahuje len jednu interpretáciou $\tau = (1,1,1)$, kde všetky tri výrokové premenné p, q a r z podpory Φ sú pravdivé.

Použitím formuly (8.4) môžeme zostrojiť záver α, ktorý je tautologickým dôsledkom podpory Φ, t. j. $\Phi \models \alpha$

$$\alpha = p \wedge q \wedge r \qquad (*)$$

Predpoklady z Φ obsahujú explicitne p a implicitne q (ako dôsledok aplikácie modus ponens na prvý a druhý predpoklad), potom tieto premenné môžeme formálne pokladať za pravdivé a môžeme zjednodušiť $(*)$ na

$$\alpha = r \qquad (**)$$

Toto riešenie je totožné so záverom argumentu A_0, čo bolo potrebné dokázať.

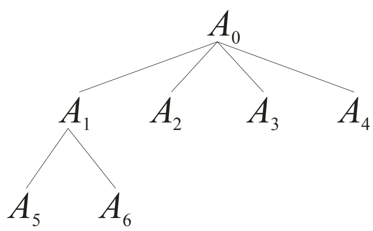
V ďalšom kroku obrátime pozornosť na konštrukciu protiargumentov vzhľadom k argumentu A_1 (t. j. hľadáme proti – protiargumenty vzhľadom k pôvodnému argumentu A_0). Argument A_1 môžeme spochybniť tak, že zostrojíme nový argument, ktorého dôsledok je negáciou vybraného elementu z podpory $\Phi = \{(p \Rightarrow q) \Rightarrow \neg u, u\}$ argumentu A_1. Tak napr, uvažujme nový argument

$$A_5 = (\{p \Rightarrow q, (p \Rightarrow q) \Rightarrow \neg u\}, \neg u)$$

ktorého dôsledok spochybňuje podporu argumentu A_1. Ďalší nový argument

$$A_6 = (\{p \Rightarrow q\}, p \Rightarrow q)$$

vyvracia dôsledok argumentu A_1, $\alpha = \neg(p \Rightarrow q)$, priamo pomocou svojho predpokladu $p \Rightarrow q$. Všetky tieto argumenty nám vytvárajú strom argumentácie znázornený na obr. 8.11.



Obrázok 8.11. Argumentačný strom tvorený vybranými argumentmi z príkladu 8.7.