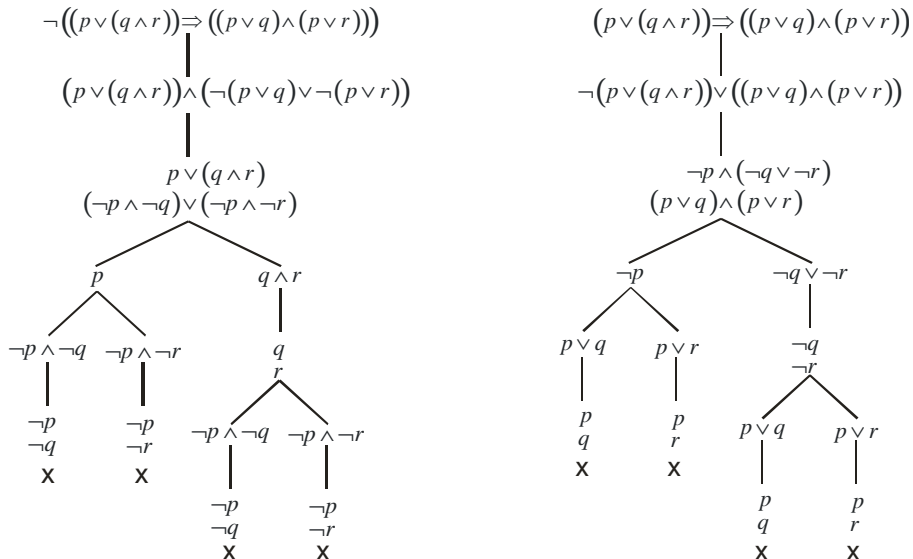


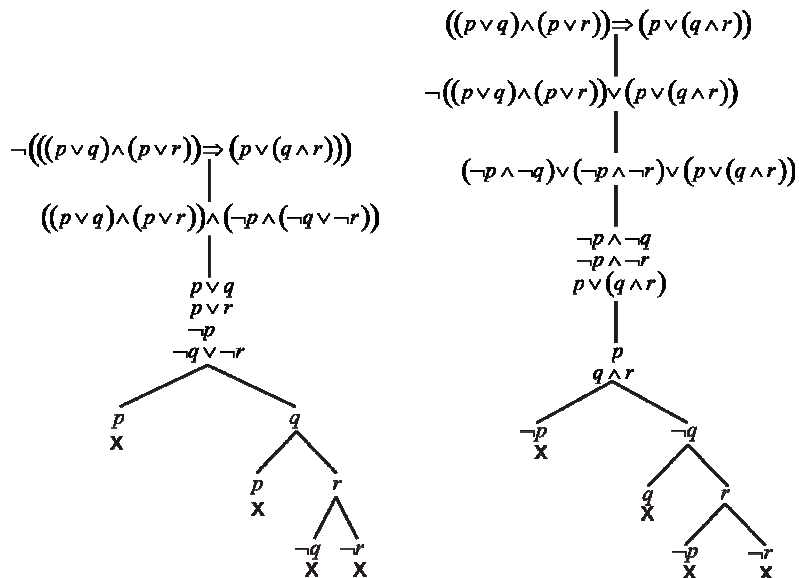
Riešenie cvičení z 3. kapitoly

Cvičenie 3.1. Pomocou metódy sémantických tabiel a duálnych sémantických tabiel dokážte, že formuly sú tautológie

(a) $(p \vee (q \wedge r)) \Rightarrow ((p \vee q) \wedge (p \vee r))$,



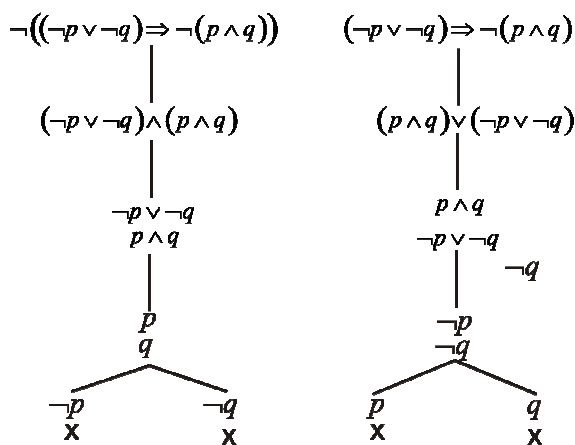
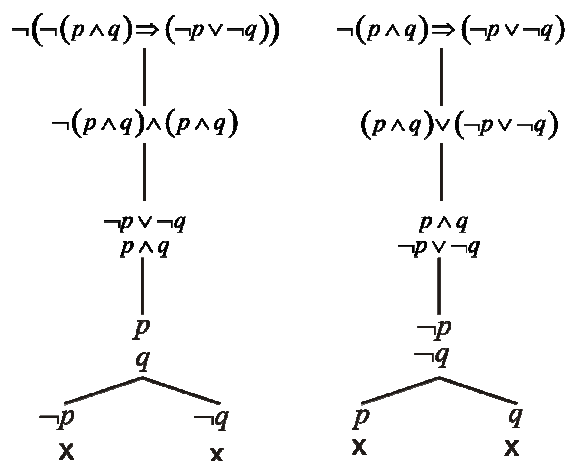
(b) $((p \vee q) \wedge (p \vee r)) \Rightarrow (p \vee (q \wedge r))$,



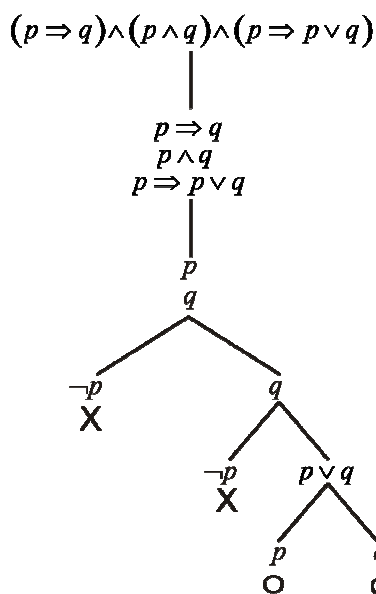
(c) $\neg(p \wedge q) \equiv (\neg p \vee \neg q)$.

Sémantické tablá zostrojíme pre dve formuly $\neg(p \wedge q) \Rightarrow (\neg p \vee \neg q)$ a

$(\neg p \vee \neg q) \Rightarrow \neg(p \wedge q)$

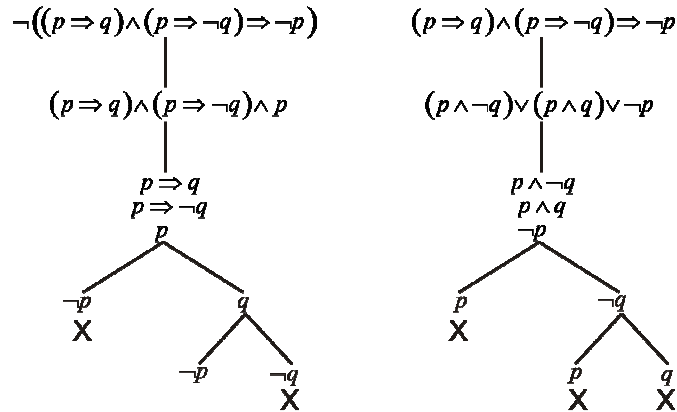


Cvičenie 3.2. Pomocou metódy sémantických tabiel dokážte, že množina formúl $T = \{p \Rightarrow q, p \wedge q, p \Rightarrow p \vee q\}$ je neprotirečivá (t.j. existuje aspoň jedna špecifikácia premenných $\tau_1 = (p/?, q/?)$, pre ktorú sú všetky formuly z T pravdivé).

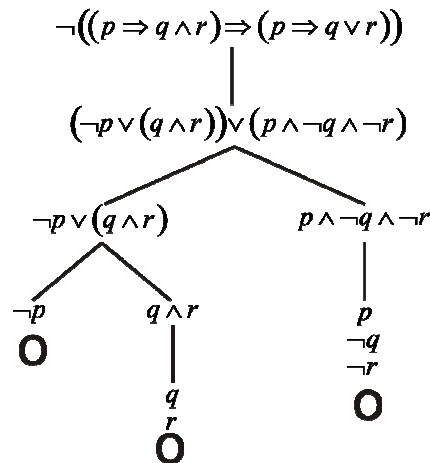


Cvičenie 3.3. Pomocou sémantických tabiel a duálnych sémantických tabiel zistite, či formuly sú tautológie, splniteľné alebo kontradikcie

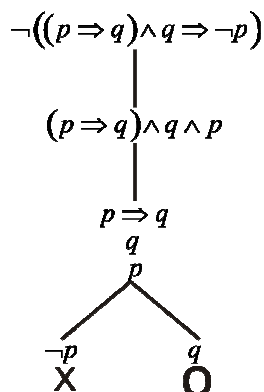
(a) $(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \neg q) \Rightarrow \neg p$,



(b) $(p \Rightarrow q \wedge r) \Rightarrow (p \Rightarrow q \vee r)$,

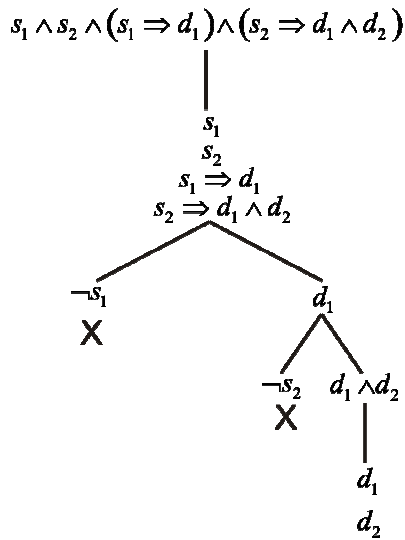


(c) $(p \Rightarrow q) \wedge q \Rightarrow \neg p$.

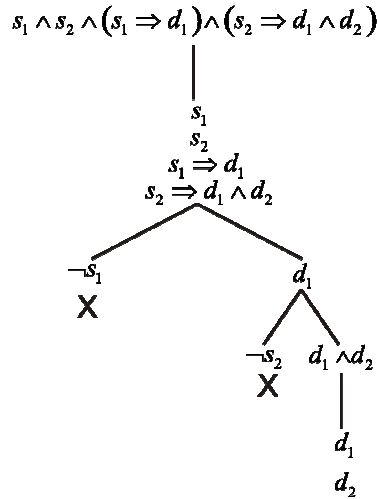


Cvičenie 3.4. Pomocou sémantických tabiel dokážte konzistentnosť alebo nekonzistentnosť teórií

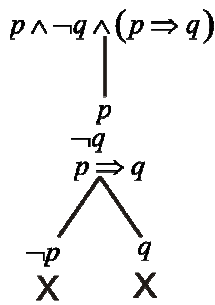
(a) $T = \{s_1, s_2, s_1 \Rightarrow d_1, s_2 \Rightarrow d_1 \wedge d_2\}$,



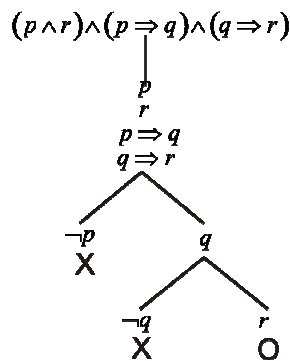
(b) $T = \{s_1, s_2, s_1 \Rightarrow d_1, s_2 \Rightarrow \neg d_1 \wedge d_2\}$,



(c) $T = \{p, \neg q, p \Rightarrow q\}$,

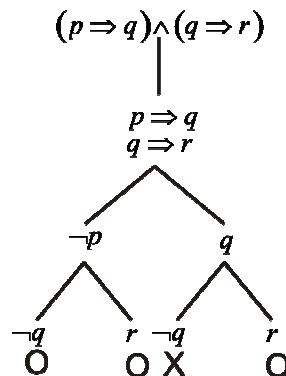


(d) $T = \{p \wedge r, (p \Rightarrow q), (q \Rightarrow r)\}$



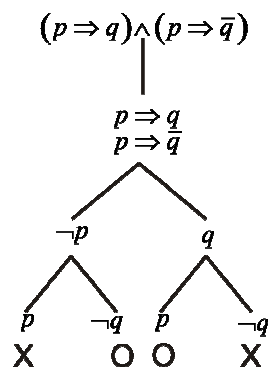
Cvičenie 3.5. Pomocou metódy sémantických tabiel riešte reláciu $\Phi \models ?$, kde $\Phi = \{\varphi_1, \dots, \varphi_n\}$ je množina (teória) formúl výrokovej logiky, cieľom úlohy je určiť takú formulu φ , ktorá je sémantickým dôsledkom teórie Φ .

(a) $\{p \Rightarrow q, q \Rightarrow r\} \models ?$



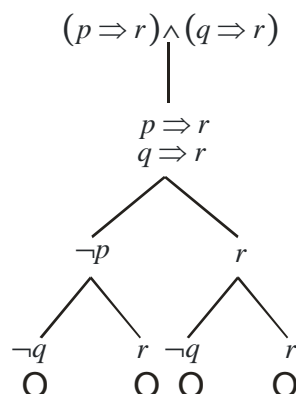
$$\varphi = \bar{p}\bar{q} + \bar{p}r + qr = \bar{p}(\underbrace{\bar{q} + r}) + (\underbrace{\bar{p} + q})r = p \Rightarrow r$$

(b) $\{p \Rightarrow q, p \Rightarrow \neg q\} \models ?$



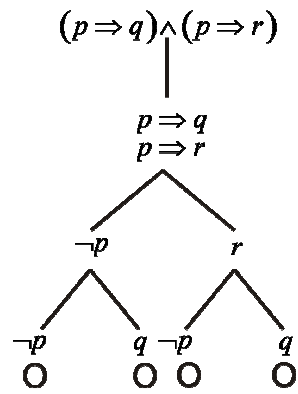
$$\varphi = \bar{p}\bar{q} + \bar{p}q = \bar{p}(\bar{q} + q) = \bar{p}$$

(c) $\{p \Rightarrow r, q \Rightarrow r\} \models ?$



$$\varphi = \bar{p}\bar{q} + \bar{p}r + r\bar{q} + r = \bar{p}\bar{q} + (\bar{p} + \bar{q} + 1)r = \neg(p + q) + r = p \vee q \Rightarrow r$$

(d) $\{p \Rightarrow q, p \Rightarrow r\} \models ?$



$$\varphi = \bar{p} + \bar{p}q + \bar{p}r + qr = \bar{p}(1 + q + r) + qr = p \Rightarrow q \wedge r$$