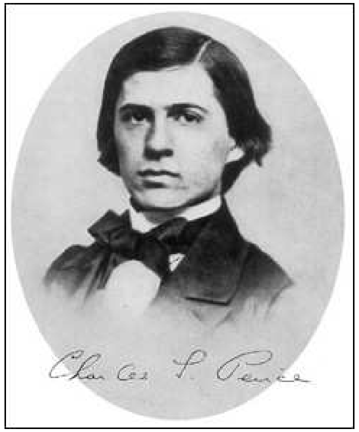
Nededuktívne módy usudzovania – abdukcia a indukcia

Úvodné poznámky

Americký filozof a logik Charles S. Peirce (čítaj ako ´*pers*´), sa stal známym svojou klasifikáciou nededuktívnych metód inferencie, od už známej indukcie oddelil tzv. abdukciu – ako metódu nezávislú od indukcie, často využívanú pri tvorbe hypotéz vysvetľujúcich nejaké pozorované javy (napr. lekárske diagnózy).



Charles Sanders Peirce (1839 - 1914).

Pierceho úvahy vychádzali z pravidla modus ponens a z jeho možných ďalších kombinácií (bez ohľadu na to, či sú platné, alebo nie, predovšetkým v druhom a v treťom riadku)

dedukcia	***Indukcia***	***abdukcia***
$\dfrac{p \Rightarrow q \quad p}{q}$	$\dfrac{p \quad q}{p \Rightarrow q}$	$\dfrac{p \Rightarrow q \quad q}{p}$

Treba poznamenať, že táto tabuľka má hlavne ***heuristický*** význam, bez požadovania hlbšieho významu jednotlivých módov inferencie. Peirceov prístup použijeme hlavne pre jeho jednoduchosť a názornosť, aj keď z pohľadu moderných prístupov k štúdiu inferencie sa už javí trochu „ťažkopádnym“. Moderný pohľad na nededuktívnu inferenciu vznikol hlavne zásluhou informatiky (umelej inteligencie), kde sa intenzívne študujú metódy odvodzovania nových poznatkov pomocou zovšeobecnenia a tvorby hypotéz z databázy poznatkov.

Dedukcia

Podľa Peircea je dedukcia charakterizovaná zákonom „modus ponens“ alebo platným sylogizmom

$$\frac{\begin{array}{c} B\ a\ A \\ C\ i\ B \end{array}}{C\ i\ A} \Rightarrow \frac{\begin{array}{c} (\forall x)\big(B(x) \Rightarrow A(x)\big) \\ (\exists x)\big(C(x) \wedge B(x)\big) \end{array}}{(\exists x)\big(C(x) \wedge A(x)\big)}$$

Uvediem jeho klasický príklad s fazuľami

teória : všetky fazule z tejto fľaše sú biele
pozorovanie : tieto fazule sú z tejto fľaše

---

záver : tieto fazule sú biele

Pre deduktívnu inferenciu je podstatné, že platnosť (pravdivosť) záverov vyplýva z platnosti premís, nemusí sa analyzovať „obsahový význam“ premís, či a kedy sú platné, a potom, na základe ich platnosti, či a kedy je záver platný.

Trochu pesimistický záver o dedukcii

Z tejto skutočnosti vyplýva, že pri deduktívnej inferencii ***nevzniká*** nová informácia, ktorá by nebola už obsiahnutá v premisách. Pretože máme hlavne záujem o také inferenčné módy, kde informácia záveru už nie je bezprostredne obsiahnutá v premisách (pričom sa musia vykonávať určité „mimologické“ činnosti – operácie), ale je novo vytvorená, obrátime našu pozornosť na ďalšie inferenčné módy uvedené Peirceom, a to na indukciu a dedukciu.

Indukcia

Peirce charakterizuje indukciu pomocou schémy

$$\frac{\begin{array}{l} p \\ q \end{array}}{p \Rightarrow q}$$

ktorej záver je $p \Rightarrow q$ pravdivý, ak premisy p a q sú pravdivé, alebo $\left(p \wedge q\right) \Rightarrow \left(p \Rightarrow q\right)$. Z tejto schémy vlastne vyplýva, že ak súčasne sú pravdivé premisy *p* a *q*, potom tieto premisy môžu vytvárať „asociáciu“ $p \Rightarrow q$. „

Fazuľový“ tvar Peirceho sylogizmu indukcie je

teória : tieto fazule sú z tejto fľaše
pozorovanie : tieto fazule sú biele

---

záver : všetky fazule z tejto fľaše sú biele

Táto schéma inferencie nie je vo všeobecnosti platná (je to len tzv. ***indukčné zovšeobecnenie***), platnou sa stáva len vtedy, ak môžeme rozšíriť platnosť pozorovania na všetky fazule z flaše. Budeme rozlišovať dva procesy pri tomto indukčnom zovšeobecnení:

(1) v*erifikácia*, neustále hľadáme také fazule pre ktoré platí záver “všetky fazule z tejto flaše sú biele”,

(2) *falzifikácia*, kde proces verifikácie záveru je „never ending story“, neustále môžeme hľadať nové a nové ilustratívne príklady platnosti záveru.

Verifikačný proces len nepatrne zvyšuje naše poznanie. Omnoho dôležitejší je proces falzifikácie, stačí nájsť jeden príklad pre ktorý neplatí záver, napr. vo flaši existuje fazula , ktorá je čierna, potom indukčné zovšeobecnenie – záver je nepravdivý.

Na tento dôležitý moment falzifikácie indukčného zovšeobecnenia prvý upozornil rakúsko–anglický filozof Karl Popper, ktorý charakterizoval vedu ako postupnosť falzifikovania hypotéz.

V súčasnej filozofii vedy sa pod falzifikáciou rozumie idea, že pokrok vo vede sa uskutočňuje prostredníctvom slobodnej kritiky, ktorá nie je ničím a nikým obmedzovaná. Len hypotézy, ktoré sú schopné falzifikácie, kde sa porovnávajú experimentmi, umožňujú vedecký pokrok.

1. hypotéza „*zlato je rozpustné v kyseline chlorovodíkovej*“ je vedecká (aj keď nepravdivá) hypotéza;

2. hypotéza „*niektoré homeopatické lieky sú vskutku účinné*“ je nevedecká hypotéza (aj keď môže byť pravdivá).

Prvá hypotéza je vedecká preto, že môže byť falzifikovaná jednoduchým experimentom.

Druhá hypotéza o homeopatikách je nevedecká z dôvodu, že jej experimentálna falzifikovateľnosť je veľmi problematická, môže byť falzifikovaná (čo sa aj často deje) pomocou našich všeobecných predstáv o fyzikálnych a chemických vlastnostiach hmoty.

Nefalzifikovateľné teórie sa podobajú počítačovému programu, ktorý nemá výstup, teda nemáme šancu výstup testovať. Falzifikovateľné

Abdukcia

Tretí inferenčný mód navrhnutý Peirceom je *abdukcia*, ktorá je špecifikovaná schémou

$$\frac{\begin{array}{l} p \Rightarrow q \\ q \end{array}}{p}$$

ktorá nie je logickým. To znamená, že z platnosti premís $p \Rightarrow q$ a q chceme vyvodiť aj platnosť p, čo vo všeobecnosti nie je možné, táto schéma sa pokladá za príklad chybného uvažovania.

Podívajme sa na túto schému alternatívnym spôsobom navrhnutým Pierceom. Premisu $p \Rightarrow q$ pokladajme za teóriu, ktorá spája do kauzálneho reťazca p a q, výskyt „*príčiny*“ p zaručuje aj výskyt „*príznaku*“ q. Na tento kauzálny reťazec je možný aj „inverzný“ pohľad (stanovenie diagnózy), výskyt „príznaku“ q je odôvodnený výskytom príčiny *p*. Táto špecifikácia abdukcie vedie niektorých autorov aj k tomu, že abdukciu nazývajú spätný modus tollens. Piercov fazulový príklad abdukcie má tvar

teória : všetky fazule z tejto fľaše sú biele
pozorovanie : tieto fazule sú biele

---

hypotéza : tieto fazule sú z tejto fľaše

Pri tvorbe hypotéz pomocou ***abduktívnej inferencie*** možno uviesť vždy niekoľko alternatívnych príkladov, ktoré sú konzistentné s danou teóriou. Tak napríklad, vyššie uvedený „fazuľový" ilustračný príklad môže taktiež obsahovať hypotézu „tieto fazule sú od Jana", ktorá taktiež konzistentne vysvetľuje pozorovanie: „tieto fazule sú biele". Máme teda dve hypotézy

h_1: tieto fazule sú z fľaše
h_2: tieto fazule sú od Jana

Stojíme pred problémom, ktorú hypotézu vybrať ako prijateľnejšiu. Je to zložitý „filozoficko-metodologický“ problém, ktorý sa dotýka priamo základov vedy.

V tejto súvislosti sa často spomína kritérium „Ockhamova britva“, pripisované anglickému stredovekému scholastikovi – františkánskemu mníchovi Williamovi z Ockhamu, podľa ktorého veci majú byť len také zložité, ako je to potrebné. Druhá hypotéza h_2 obsahuje novú entitu „Jano“ , ktorá sa nevyskytuje v teórii, preto druhá hypotéza má slabšiu platnosť ako prvá hypotéza, pretože zavádza ad hoc novú entitu „Jano“.

V súčasnosti princíp „Ockhamova britva“ sa taktiež nazýva „princíp jednoduchosti“, podľa ktorého „jednoduchšie vysvetlenie je lepšie ako iné zložitejšie vysvetlenie“, alebo „hypotézy nemajú byť zbytočne zložité“. Toto kritérium jednoduchosti sa často používa vo filozofii vedy vtedy, keď si máme vybrať medzi hypotézami, ktoré majú rovnakú vysvetľovaciu schopnosť.

Moderná formulácia indukcie a abdukcie

Budeme hľadať spoločné vlastnosti indukcie a abdukcie. Obe obsahujú premisu – teóriu, pomocou ktorej sa na základe pozorovania vytvára buď záver – zovšeobecnenie alebo záver – hypotéza.

V čom sa podstatne odlišujú, je, že pre indukciu obvykle máme vždy len jeden záver – zovšeobecnenie, pre abdukciu obvykle na základe premisy (teórie) vytvárame celú množinu alternatívnych hypotéz. To taktiež znamená, že abdukcia musí mať ako svoju integrálnu časť nejakú procedúru výberu výslednej hypotézy z množiny alternatívnych hypotéz.

Pristúpme najprv k všeobecnej formulácii indukcie, ktorá je založená na týchto pojmoch:

$$\Phi_{opt} = arg \max_{\Phi' \in \{\Phi\}} \boldsymbol{vhodnos\check{t}}\left(\Phi'\right)$$

- pozorované dáta (príklady) Δ,

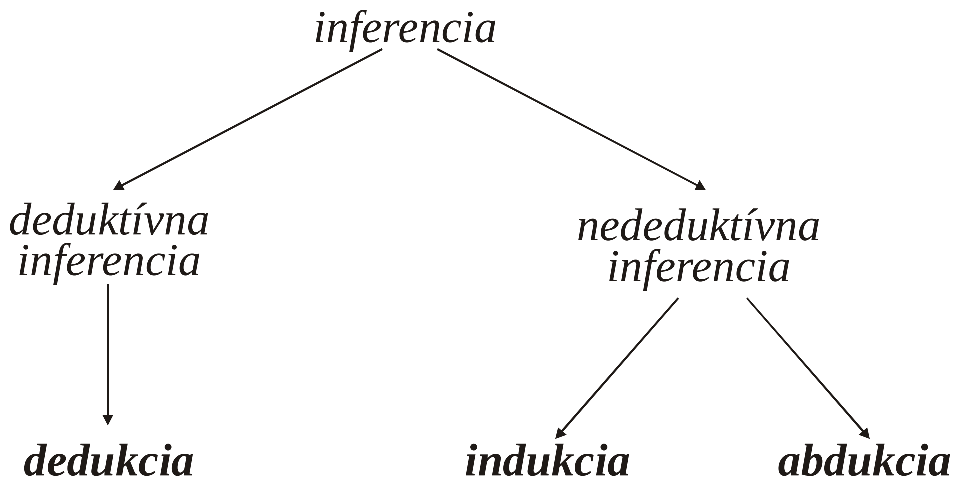
- teória (v pozadí) Γ, ktorá tvorí teoretický základ vysvetlenia pozorovaných javov a tvorby záveru,
- záver Φ, ktorý pomocou teórie Γ deduktívne vysvetľuje príklady Δ.

Budeme postulovať, že tieto tri pojmy vyhovujú takýmto podmienkam: (1) pozorované dáta nie sú deduktívne vysvetliteľné pomocou teórie Γ, ak by pozorované dáta priamo deduktívne vyplývali z teórie Γ, potom (2) rozšírenie teórie o dáta je konzistentné, a (3) pozorované dáta sú deduktívne vysvetliteľné pomocou rozšírenia teórie o hypotézu. Potom hovoríme, že záver Φ ***induktívne vyplýva z teórie*** Γ.

Špecifikácia abdukcie taktiež vyžaduje rovnaké tri pojmy: dáta, teóriu a záver, ktorý je teraz substituovaný množinou alternatívnych hypotéz $\{\Phi\}$. Potom ***abduktívnym vysvetlením*** pozorovaní Δ je hypotéza $\Phi_{opt} \in \{\Phi\}$, ktorá spolu s teóriou Γ najlepšie vysvetľuje pozorovania Δ

$$\Phi_{opt} = arg \max_{\Phi' \in \{\Phi\}} \textbf{\textit{vhodnosť}}\left(\Phi'\right)$$

Klasifikácia inferenčných módov. V prvom najvšeobecnejšom prístupe delíme módy inferencie na deduktívne a nededuktívne. V druhom prístupe sa nededuktívne módy delia na indukciu a abdukciu



Z týchto dvoch všeobecných špecifikácií indukcie a abdukcie vyplýva, že medzi indukciou a abdukciou je len malý „formálny“ rozdiel, a to ten, že pri abdukcii sa explicitne pripúšťa množina alternatívnych hypotéz, zatiaľ čo pri indukcii sa pripúšťa len jeden záver (hypotéza),

Klasifikačné schéma nededuktívnej inferencie môže mať dve limitné podoby:
(1) chápe abdukciu ako špeciálny prípad indukcie,

(2) chápe indukciu ako špeciálny prípad abdukcie.

Abdukcia v každodennom živote

Ako už bolo uvedené v úvodnej časti tejto kapitoly, nededuktívna inferencia je súčasťou nášho každodenného života. Našu pozornosť teraz usmerníme na význam abdukcie. Uvedieme dva jednoduché príklady, ktoré dobre ilustrujú jej význam v našom živote, pri interpretácii a pochopení prostredia v ktorom žijeme a komunikácie v prirodzenom jazyku s inými ľuďmi.

1. príklad - rozoberme tento rozhovor:

A: *Prečo sme zaparkovali pri tejto benzínovej pumpe*?
B: *Pretože máme skoro prázdnu benzínovú nádrž.*
A: *Na základe čoho takto usudzuješ*?
B: *Pretože indikátor upozorňuje na skutočnosť, že benzínová nádrž je skoro prázdna. Nemám dôvod domnievať sa, že indikátor je pokazený a taktiež už uplynul dlhý čas odvtedy, čo som naposledy naplnil nádrž benzínom.*

Za určitých okolností „skoro prázdna benzínová nádrž“ je najlepšie možné vysvetlenie skutočnosti, že svieti indikátor stavu paliva v nádrži.

2. príklad - tvorby hypotézy v našom každodennom živote. Ako ilustratívny príklad použitia tejto hypotézy uvedieme nasledujúci negatívny príklad:

Vraciam sa domov neskoro v noci, aj keď som sľúbil manželke, že prídeme ešte pred TV správami. Nepríjemne zapáchajúci cigaretovým dymom a alkoholom, stojím pred problémom ako jej vysvetlím túto skutočnosť, prečo som prišiel tak neskoro. Porušenie zásady Occamovej britvy je vysvetlenie, že na streche fakulty pristálo UFO a ja som bol požiadaný dekanom fakulty, aby som s nimi komunikoval, čo sa nepríjemne dlho pretiahlo a bol som s nimi prinútený piť víno a fajčiť cigarety, aj keď už som ***dávno*** *prestal fajčiť a piť alkohol*

.

Príklad 12.1. Koná sa oslava, Ján, Júlia, Klára a Štefan sú potenciálni účastníci tejto oslavy. K tomu, aby sme mohli zapísať študovaný problém pomocou formúl výrokovej logiky, zavedieme tejto štyri výroky:

p	*Ján pôjde na oslavu*
q	*Júlia pôjde na oslavu*
r	*Klára pôjde na oslavu*
s	*Štefan pôjde na oslavu*

Avšak, ako to často býva, ich účasť je ohraničenú troma podmienkami

$p \vee q$	Ján alebo Júlia pôjdu na oslavu.
$q \Rightarrow (r \wedge s)$	Ak Júlia pôjde na oslavu, potom na oslavu pôjde tak Klára ako aj Štefan.
$\neg p \Rightarrow s$	Ak nepôjde na oslavu Ján, potom pôjde na oslavu Štefan.

Našim cieľom je zistiť, za akých podmienok sa Štefan zúčastní oslavy, t.j. budeme riešiť problém, kedy z teórie

$$T = \left\{ p \vee q, q \Rightarrow \left(r \wedge s \right), \neg p \Rightarrow s \right\}$$

vyplýva, že Štefan sa zúčastní oslavy, $T \vdash s$, alebo ekvivalentné vyjadrené takto pomocou formule (pozri vetu 2.3)

$$\left(\left(p \vee q \right) \wedge \left(q \Rightarrow \left(r \wedge s \right) \right) \wedge \left(\neg p \Rightarrow s \right) \right) \Rightarrow s$$

Túto formulu môžeme jednoducho prepísať pomocou jej negácie do tvaru

$$\left(p \vee q \right) \wedge \left(q \Rightarrow \left(r \wedge s \right) \right) \wedge \left(\neg p \Rightarrow s \right) \wedge \neg s \qquad (*)$$

Aplikujeme metódu sémantických tabiel k analýze kontradikčnosti formule (∗), aby sme zjednodušili generované sémantické tablo, v prvom kroku odstránime z formule implikácie

$$\left(p \vee q \right) \wedge \left(\neg q \vee \left(r \wedge s \right) \right) \wedge \left(p \vee s \right) \wedge \neg s$$

Príslušný strom sémantického tabla $\mathcal{T}$ je znázornené na obr. 3.4, diagram A. Toto sémantické tablo nie je uzavreté, obsahuje jednu vetvu, ktorá je otvorená, čiže formula (∗) nie je kontradikciou, je len splniteľná. To znamená, že neplatí $T \vDash s$, t.j. výrok s nie je dôsledkom teórie T.

Môžeme si položiť zaujímavú otázku, ako rozšíriť teóriu T na novú teóriu $T´$ (kde $T \subset T´$), aby výrok s už bol dôsledkom tejto novej teórie. K tomuto účelu nám dobre poslúži sémantické tablo $\mathcal{T}$ z obr. 6, diagram A. Našim cieľom bude také rozšírenie teórie T, aby otvorené vetve tabla sa stali uzavretými. Teóriu rozšírime o tento výrok

$\neg q \Rightarrow \neg p$	Ak Júlia nepôjde na oslavu, potom aj Ján nepôjde na oslavu.

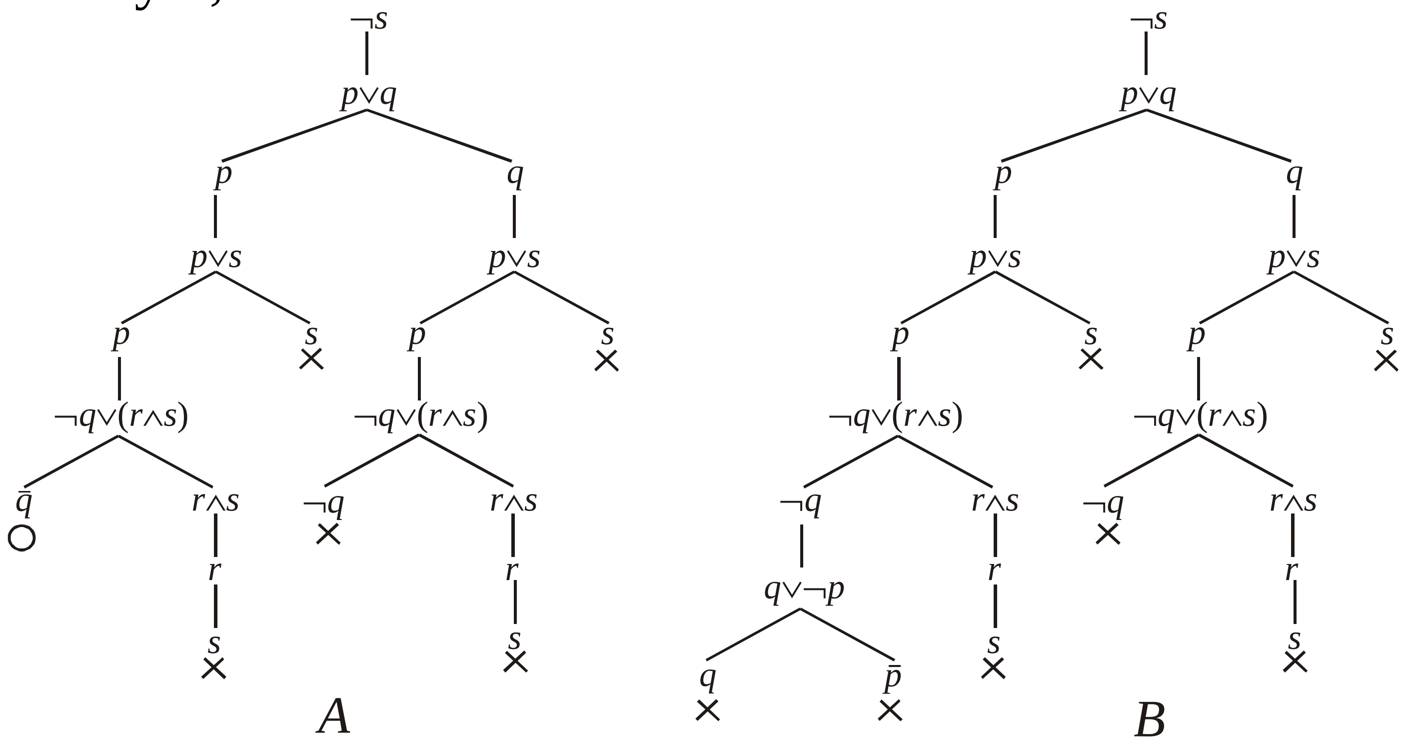
Rozšírená teória má tvar

$$T' = \{p \vee q, q \Rightarrow (r \wedge s), \neg p \Rightarrow s, \neg q \Rightarrow \neg p\} \qquad (**)$$

potom formula (1.4) je rozšírené o príslušnú konjunkciu, ktorá je priradená novej podmienke z rozšírenej teórie $T´$

$$(p \vee q) \wedge (q \Rightarrow (r \wedge s)) \wedge (\neg p \Rightarrow s) \wedge (\neg q \Rightarrow \neg p) \wedge \neg s$$

Sémantické tablo pre túto formulu je znázornené na dolnom obrázku, diagram B. Z obrázku vidíme, že sémantické tablo pre takto rozšírenú teóriu (∗∗) sa už sa stalo uzavretým, $T' \vdash s$.



(A) Otvorené sémantické tablo zostrojené pre teóriu T špecifikovanú (∗). (B) uzavreté sémantické tablo zostrojené pre rozšírenú teóriu (∗∗) z rovnakého príkladu.

Dôsledok

Metóda sémantického table je vhodným prístupom vtedy, keď sa snažíme rozšíriť danú teóriu tak, aby nové rezultujúce tablo bolo už uzavreté, zo stromovej štruktúry tabla sa dá jednoducho odvodiť, akým spôsobom sa má vykonať také rozšírenie teórie, aby sémantické tablo bolo uzavreté.

Sémantické tablá a problém abdukcie vo výrokovej logike

Moderný prístup k špecifikácii abdukcie spočíva v jej formulovaní veľmi blízkemu deduktívnemu usudzovaniu. Nech $\boldsymbol{T} = \{\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n\}$ je konzistentná teória, $[\![\boldsymbol{T}]\!] \neq \emptyset$, a nech φ je pozorovanie, ktoré chceme vysvetliť pomocou danej teórie $\boldsymbol{T}$, avšak $\boldsymbol{T} \nvDash \varphi$, t. j. $[\![\boldsymbol{T}]\!] \not\subseteq [\![\varphi]\!]$. Z týchto dôvodov v rámci *množiny hypotéz* $\boldsymbol{H} = \{\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_p\}$ hľadáme takú hypotézu $\alpha \in \boldsymbol{H}$, ktorá spolu s teóriou deduktívne vysvetľuje pozorovanie φ

$$\boldsymbol{T} \cup \{\alpha\} \vDash \varphi \qquad (*)$$

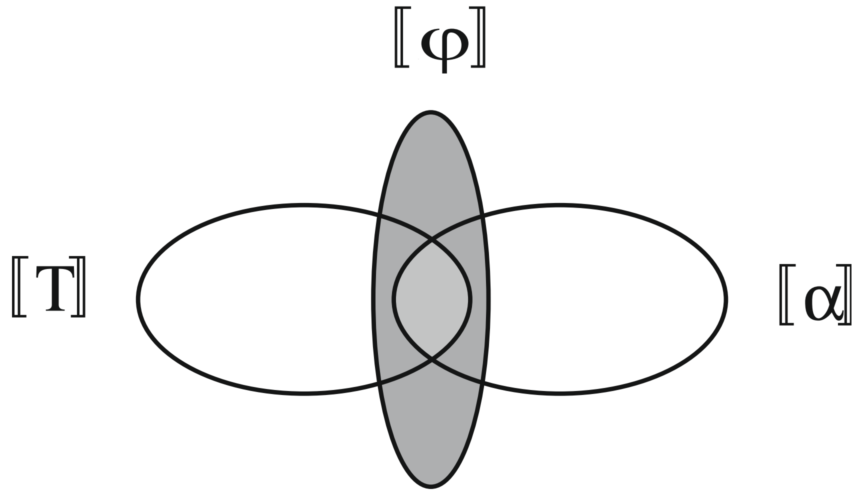
čo je ekvivalentné množinovo-teoretickej relácii

$$[\![\boldsymbol{T}]\!] \cap [\![\alpha]\!] \subseteq [\![\varphi]\!]$$

kde predpokladáme, že aj rozšírená teória $\boldsymbol{T}$ o hypotézu α je konzistentná

$$[\![\boldsymbol{T} \cup \{\alpha\}]\!] = [\![\boldsymbol{T}]\!] \cap [\![\alpha]\!] \neq \emptyset$$

Poznamenajme, že množinovo-teoretická relácia tvorí teoretický základ nášho prístupu k riešeniu takto formulovanej abdukcie, t. j. hľadaniu hypotézy α. Umožňuje nám „algebraizovať“ proces abdukcie, kde centrálnu úlohu hrá relácia (*), pričom dominantnú úlohu v tomto procese bude hrať technika sémantických tabiel.



Diagramatické znázornenie množinovej relácie $[\![\boldsymbol{T}]\!] \cap [\![\alpha]\!] \subseteq [\![\varphi]\!]$, ktorá tvorí podmienku pre existenciu tautologického vyplývania $\boldsymbol{T} \cup \{\alpha\} \vDash \varphi$.

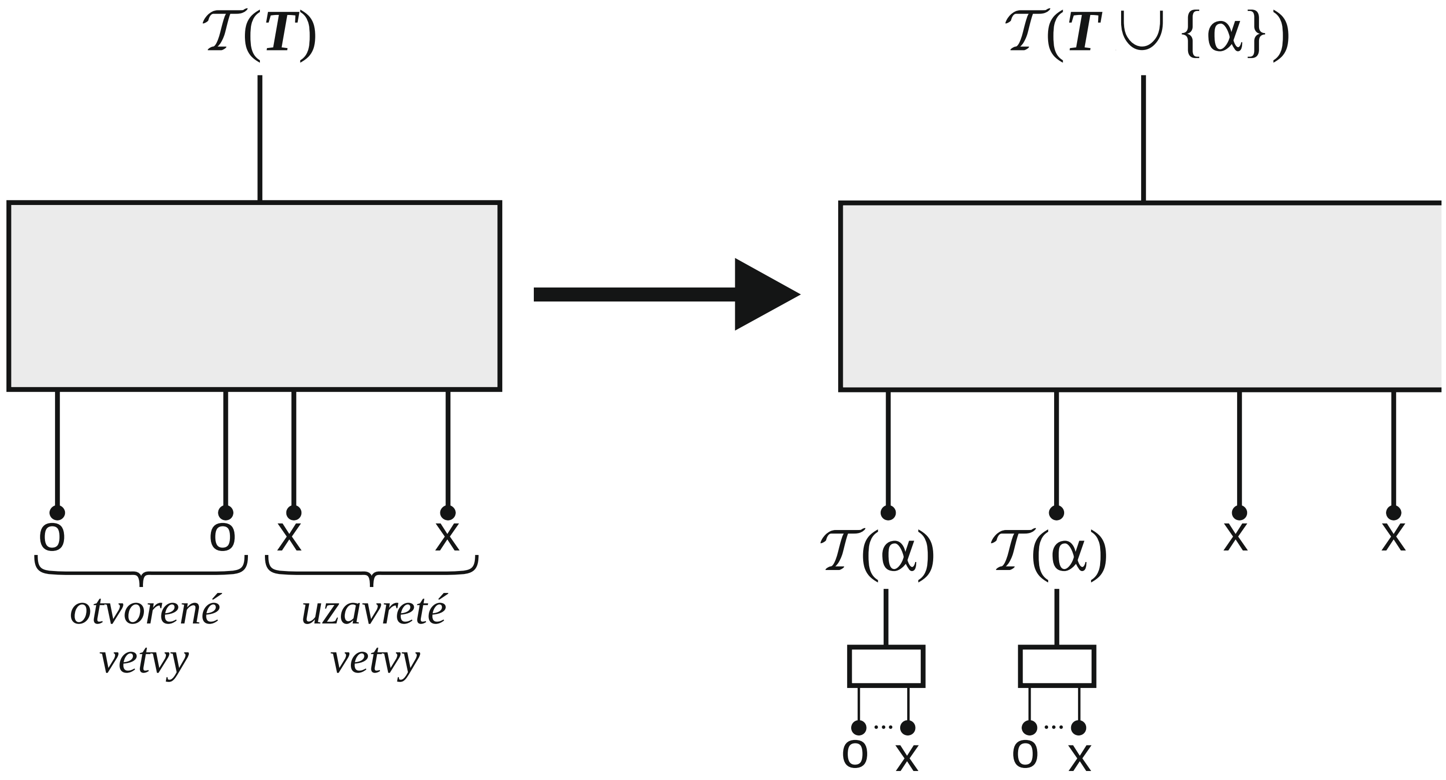
Prečo abdukcia patrí medzi *nededuktívne módy usudzovania*. Hlavný dôvod k tomuto odlíšeniu spočíva v skutočnosti, že v počiatočnej etape usudzovania stojíme pred problémom výberu hypotézy α z množiny možných hypotéz, ktoré zachovávajú konzistentnosť teórie $\alpha \in \boldsymbol{H}$ a tiež umožňujú sémantické vyplývanie pozorovania φ z rozšírenej teórie $\boldsymbol{T} \cup \{\alpha\}$. Tento výber sa deje mimologickými prostriedkami, kde sa používajú rôzne heuristiky o jednoduchosti (a ekonomičnosti). Môžeme teda konštatovať, že problém výberu hypotézy je minimalizačný problém,

$$\alpha_{opt} = \arg\min_{\alpha \in \boldsymbol{H}} f(\alpha)$$

kde $f(\alpha)$ je „účelová funkcia“, ktorá vyhodnocuje „ekonomičnosť“ danej hypotézy α, ktorá je založená na mimologických prostriedkoch. Práve riešenie tohto problému je hlavným dôvodom toho, prečo je abdukcia pokladaná za nededuktívny mód usudzovania, aj keď riešenie relácie (16a) je už striktne deduktívne.

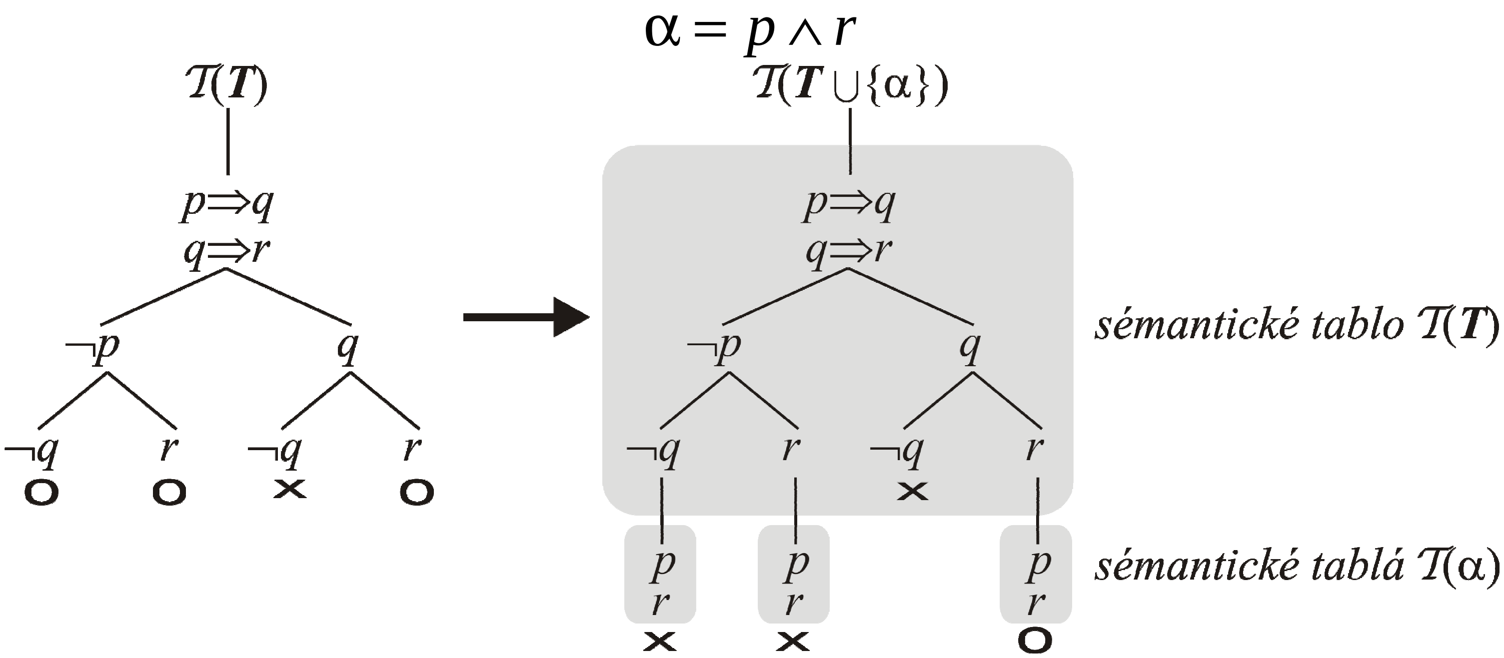
V našich ďalších úvahách o abdukcii budeme používať techniku sémantických tabiel, ktorá súvisí s ich predĺžením o nový poznatok α. Táto vlastnosť je formulovaná do nasledujúcej vety.

Veta.
Nech $\mathcal{T}\left(\boldsymbol{T}\cup\{\alpha\}\right)$ je sémantické tablo s koreňovým vrcholom, ktorý je tvorený konjunkciou elementov z teórie $\boldsymbol{T}$ a formuly α, t. j. $\Theta=\varphi_1\wedge\varphi_2\wedge\ldots\wedge\varphi_n\wedge\alpha$. Toto sémantické tablo môže byť vytvorené predĺžením otvorených vetiev tabla $\mathcal{T}\left(\boldsymbol{T}\right)$ o formulu α.



Sémantické tablo $\mathcal{T}\left(\boldsymbol{T} \cup \{\alpha\}\right)$ môže byť interpretované ako predĺženie tabla $\mathcal{T}\left(\boldsymbol{T}\right)$ pomocou otvorených vetiev o sémantické tablo $\mathcal{T}\left(\alpha\right)$, pričom vytvorené vetvy môžu byť tak otvorené ako aj uzavreté.

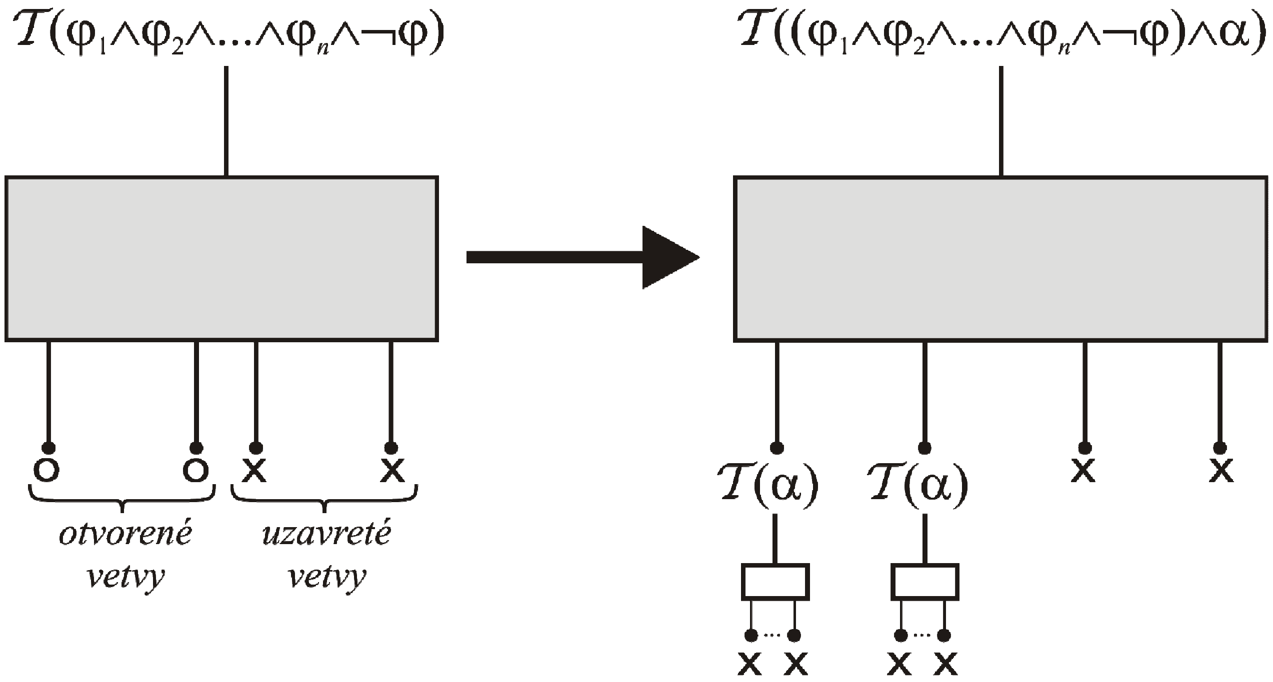
Ilustračný príklad predĺženia sémantického tabla o formulu



Znázornenie predĺženia sémantického tabla z príkladu 11. Tento "modulárny" prístup ku konštrukcii sémantického tabla $\mathcal{T}(\boldsymbol{T}')$ pre teóriu špecifikovanú ako zjednotenie dvoch podteórií, $\boldsymbol{T}' = \boldsymbol{T} \cup \{\alpha\}$, kde $\alpha = p \wedge r$

Príklad

Nech teória $\boldsymbol{T} = \{p \Rightarrow q, q \Rightarrow r\}$ a $\alpha = p \wedge r$. Podľa vety sémantické tablo $\mathcal{T}(\boldsymbol{T} \cup \{\alpha\})$ môže byť vytvorené predĺžením tabla $\mathcal{T}(\boldsymbol{T})$ o tabla $\mathcal{T}(\alpha)$, pričom predlžujeme len otvorené vetvy tabla $\mathcal{T}(\boldsymbol{T})$,



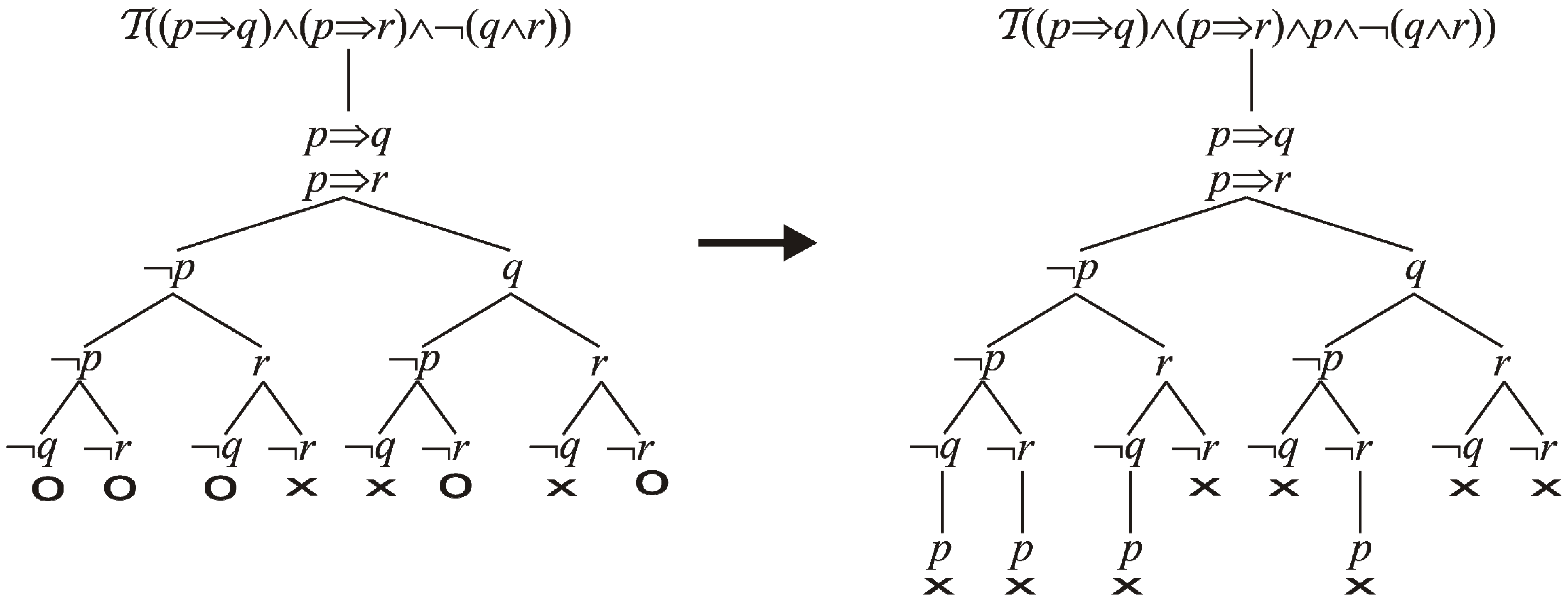
Pomocou vety môžeme pristúpiť k štúdiu abdukcie, menovite technikou sémantických tabiel zostrojíme techniku pomocou ktorej upravíme reláciu $\boldsymbol{T} \not\models \varphi$ tak, aby poznatok φ tautologicky vyplýval z rozšírenej teórie $\boldsymbol{T} \cup \{\alpha\}$, t. j. $\boldsymbol{T} \cup \{\alpha\} \models \varphi$. Nech $\boldsymbol{T} = \{\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n\}$ je naša východisková teória, ktorá obsahuje n poznatkov reprezentovaných formulami $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n$, pričom platí $\boldsymbol{T} \not\models \varphi$, alebo formula $\varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \ldots \wedge \varphi_n \wedge \neg\varphi$ nie je kontradikcia[1]. Našou snahou bude „modelovať“ dodatočný poznatok α tak, aby „rozšírená“ formula $\neg\Theta = \varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \ldots \wedge \varphi_n \wedge \alpha \wedge \neg\varphi$ už bola kontradikcia, t. j. príslušné sémantické tablo $\mathcal{T}(\neg\Theta)$ malo všetky vetvy uzavreté. Nový poznatok α určíme tak, aby pôvodné tablo $\mathcal{T}(\varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \ldots \wedge \varphi_n \wedge \neg\varphi)$ rozšírené o nový poznatok α, t. j. $\mathcal{T}(\varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \ldots \wedge \varphi_n \wedge \alpha \wedge \neg\varphi)$ malo všetky vetvy uzavreté, pozri obr. Na predchádzajúcej priesvitke.

---

[1] Poznamenajme, že ak platí $\boldsymbol{T} \models \varphi$, potom formula $\varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \ldots \wedge \varphi_n \Rightarrow \varphi$ je tautológia, alebo jej negácia $\varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \ldots \wedge \varphi_n \wedge \neg\varphi$ je kontradikcia.

Príklad

Nech $\boldsymbol{T}=\{p \Rightarrow q, p \Rightarrow r\}$ je konzistentná teória a $\varphi = q \wedge r$ je požadovaný dôsledok z tejto teórie. Vytvorme formulu $\neg\Theta = \varphi_1 \wedge \ldots \wedge \varphi_n \wedge \neg\varphi \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r) \wedge \neg(q \wedge r)$, sémantické tablo $\mathcal{T}(\neg\Theta)$ má otvorené vetvy, z čoho plynie, že $\varphi = q \wedge r$ nie je tautologickým dôsledkom teórie $\boldsymbol{T}=\{p \Rightarrow q, p \Rightarrow r\}$, pozri ľavý diagram na obr. Ak teóriu $\boldsymbol{T}$ rozšírime o nový poznatok p, potom formula $\varphi = q \wedge r$ je tautologickým dôsledkom rozšírenej teórie, pozri pravý diagram obr.


𝒯((p⇒q)∧(p⇒r)∧¬(q∧r))
p⇒q
p⇒r
¬p
q
¬p
r
¬p
r
¬q ¬r ¬q ¬r ¬q ¬r ¬q ¬r
O O O X X O X O
𝒯((p⇒q)∧(p⇒r)∧p∧¬(q∧r))
p⇒q
p⇒r
¬p
q
¬p
r
¬p
r
¬q ¬r ¬q ¬r ¬q ¬r ¬q ¬r
X X X X X
p p p p
X X X X

The End