1. kontrolná písomka z ML (18. 3. 2015)

1. príklad.

(a) Charakterizujte *predmet logiky*, čím sa táto vedecká disciplína zaoberá? (1 bod)
(b) Ako sú definované logické spojky konjunkcie, disjunkcie, implikácie a negácie? (1 bod)
(c) Ako je definovaná formula výrokovej logiky? (2 bod)

2. príklad. Prepíšte vetu z prirodzeného jazyka do jazyka výrokovej logiky, vykonajte nad formulou negáciu , takto získanú formulu preložte do prirodzeného jazyka.

(a) Ak na výlet pôjde Jana a Eva, potom na výlet nepôjde Tomáš. (1 bod)
(b) Ak na výlet pôjde Eva, potom na výlet nepôjdu Helena a Tomáš. (1 bod)
(c) Jano odpočíval alebo Jano pracoval. (1 bod)

3. príklad. Pre formulu $\varphi = \left(\left(p \Rightarrow q \right) \wedge \left(p \Rightarrow r \right) \right) \Rightarrow \left(p \Rightarrow q \vee r \right)$

(a) zostrojte syntaktický strom a množinu podformúl, (1 bod)
(b) zostrojte tabuľku pravdivostných hodnôt. (1 bod)
(c) zostrojte sémantické tablo pre $\neg\varphi$ (2 body)

4. príklad. Overte správnosť/nesprávnosť záveru z predpokladov (4 body)

predpoklad 1: Jano študuje alebo športuje
predpoklad 2: Ak študuje, potom sa učí fyziku

---

záver: Ak sa neučí fyziku, potom športuje

5. príklad. Pomocou sémantických tabiel zostrojte DNF a KNF pre formulu (5 body)

$$\left(p \Rightarrow q \right) \wedge \left(\left(\neg q \Rightarrow \neg p \right) \vee r \right)$$

Poznámky:

(1) Na prvú stránku priloženého papiera napíšte svoje meno, čas a miesto cvičenia a meno cvičiaceho pedagóga.
(2) Čas na písomku je 30 minút.

1. kontrolná písomka z ML (18. 3. 2015)

1. príklad.

(a) Charakterizujte *predmet logiky*, čím sa táto vedecká disciplína zaoberá? (1 bod)
(b) Ako sú definované logické spojky konjunkcie, disjunkcie, implikácie a negácie? (1 bod)
(c) Ako je definovaná formula výrokovej logiky? (2 bod)

2. príklad. Prepíšte vetu z prirodzeného jazyka do jazyka výrokovej logiky, vykonajte nad formulou negáciu , takto získanú formulu preložte do prirodzeného jazyka.

(d) Ak na výlet pôjde Jana a Eva, potom na výlet nepôjde Tomáš. (1 bod)
(e) Ak na výlet pôjde Eva, potom na výlet nepôjdu Helena a Tomáš. (1 bod)
(f) Jano odpočíval alebo Jano pracoval. (1 bod)

3. príklad. Pre formulu $\varphi = \left(\left(p \Rightarrow q \right) \wedge \left(p \Rightarrow r \right) \right) \Rightarrow \left(p \Rightarrow q \vee r \right)$

(d) zostrojte syntaktický strom a množinu podformúl, (1 bod)
(e) zostrojte tabuľku pravdivostných hodnôt. (1 bod)
(f) zostrojte sémantické tablo pre $\neg\varphi$ (2 body)

4. príklad. Overte správnosť/nesprávnosť záveru z predpokladov (4 body)

predpoklad 1: Jano študuje alebo športuje
predpoklad 2: Ak študuje, potom sa učí fyziku

---

záver: Ak sa neučí fyziku, potom športuje

5. príklad. Pomocou sémantických tabiel zostrojte DNF a KNF pre formulu (4 body)

$$\left(p \Rightarrow q \right) \wedge \left(\left(\neg q \Rightarrow \neg p \right) \vee r \right)$$

Poznámky:

(3) Na prvú stránku priloženého papiera napíšte svoje meno, čas a miesto cvičenia a meno cvičiaceho pedagóga.
(4) Čas na písomku je 30 minút.

Riešenie

1. príklad.

(a) Charakterizujte predmet logiky, čím sa táto vedecká disciplína zaoberá? (1 bod)

(b) Ako sú definované logické spojky konjunkcie, disjunkcie, implikácie a negácie? (1 bod)

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$\neg p$	$\neg q$
0	0	0	0	1	1	1
0	1	1	0	1	1	0
1	0	1	0	0	0	1
1	1	1	1	1	0	0

(c) Ako je definovaná formula výrokovej logiky? (2 bod)

Definujme si dve množiny, prvou bude množina atomických výrokov $A = \{p, q, r, ..., p_1, p_2, ...\}$ a množinu logických spojok $S = \{\wedge, \vee, \Rightarrow, \neg\}$, potom množina formúl U je rekurentne definovaná takto:
(α) $U := A$ (inicializácia)
(β) Ak $\varphi, \psi \in U$, potom $(\varphi \wedge \psi), (\varphi \vee \psi), (\varphi \Rightarrow \psi), (\neg\varphi), (\neg\psi) \in U$, kde (a) sú pomocné výrazy – zátvorky (rekurentná špecifikácia).
(γ) Žiadne iné výrazy, okrem týchto, nie sú formuly.

2. príklad. Prepíšte vetu z prirodzeného jazyka do jazyka výrokovej logiky, vykonajte nad formulou negáciu , takto získanú formulu preložte do prirodzeného jazyka.

(a) Ak na výlet pôjde Jana a Eva, potom na výlet nepôjde Tomáš. (1 bod)

Riešenie:
p = na výlet pôjde Jana
q = na výlet pôjde Eva
r = na výlet pôjde Tomáš
Výrok sa vyjadrí pomocou formule

$$\varphi = ((p \wedge q) \Rightarrow \neg r) \equiv (\neg(p \wedge q) \vee \neg r)$$

$$\neg\varphi = (p \wedge q) \wedge r$$

Verbálna formulácia $\neg\varphi$: Na výlet pôjde Jana, Eva a Tomáš.

(b) Ak na výlet pôjde Eva, potom na výlet nepôjdu Helena a Tomáš. (1 bod)

Riešenie:
p = na výlet pôjde Eva
q = na výlet pôjde Helena

r = na výlet pôjde Tomáš
Výrok sa vyjadrí pomocou formule

$$\varphi = \left(p \Rightarrow \neg(q \wedge r)\right) \equiv \left(\neg p \vee \neg(q \wedge r)\right)$$

$$\neg\varphi = \left(p \wedge (q \wedge r)\right)$$

Verbálna formulácia $\neg\varphi$: Na výlet pôjde Eva, Helena a Tomáš.

(c) Jano odpočíval alebo Jano pracoval. (1 bod)

(d) Riešenie:
p = Jano odpočíval
q = Jano pracoval
Výrok sa vyjadrí pomocou formule

$$\varphi = (p \vee q)$$

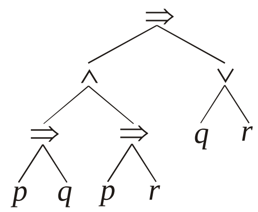
$$\neg\varphi = (\neg p \wedge \neg q)$$

Verbálna formulácia $\neg\varphi$: Jano neodpočíval a nepracoval.

3. príklad. Pre formulu $\varphi = \left((p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)\right) \Rightarrow (p \Rightarrow q \vee r)$

(a) zostrojte syntaktický strom a množinu jeho podformúl, (1 bod)
(b) zostrojte tabuľku pravdivostných hodnôt. (1 bod)
(c) zostrojte sémantické tablo pre $\neg\varphi$ (2 body)

(a) Riešenie



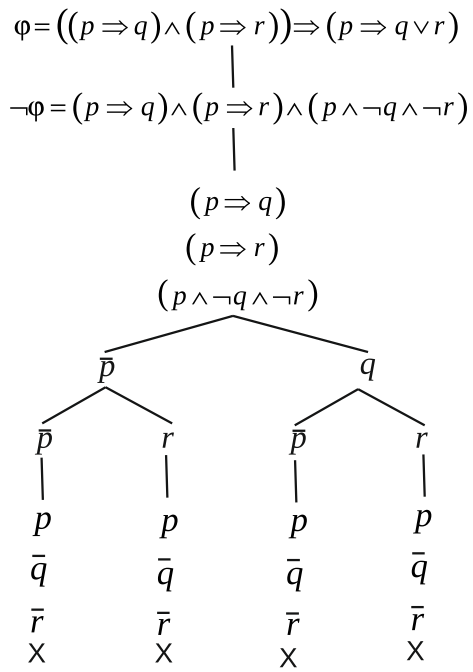
Množina podformúl má tvar)

$$\{p, q, r, p \Rightarrow q, p \Rightarrow r, q \vee r, (p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)\}$$

(b) Riešenie

1	2	3	4	5	6	7	8
p	q	R	$p \Rightarrow q$	$p \Rightarrow r$	$4 \wedge 5$	$q \vee r$	$6 \Rightarrow 7$
0	0	0	1	1	1	0	0
0	0	1	1	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0	0	1
1	0	1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	0	0	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1

(c) Riešenie



Sémantické tablo typu DNF pre formulu $\neg\varphi$ je uzavreté, preto formula φ je tautológia.

4. príklad

Overte správnosť/nesprávnosť záveru z predpokladov (4 body)

predpoklad 1: Jano študuje alebo športuje
predpoklad 2: Ak študuje, potom sa učí fyziku

---

záver: Ak sa neučí fyziku, potom športuje

Riešenie.

p = Jano študuje
q = Jano športuje
r = Jano sa učí fyziku

predpoklad 1: $p \vee q$
predpoklad 2: $p \Rightarrow r$

---

záver: $\neg r \Rightarrow q$

Máme dokázať $\{p \wedge q, p \Rightarrow r\} \vdash (\neg r \Rightarrow q)$

1.	$\neg r$	aktivácia dodatočného predpokladu
2.	$p \vee q$	1. predpoklad
3.	$p \Rightarrow r$	2. predpoklad
4.	$\neg p$	aplikácia modus tollens na 1. a 3.
5.	q	aplikácia 4. na disjunkciu 2.
6.	$\neg r \Rightarrow q$	deaktivácia predpokladu 1.

Alternatívny dôkaz môže byť urobený tak, že pomocou tabuľkovej metódy dokáže, že formula

$$((p \wedge q) \wedge (p \Rightarrow r)) \Rightarrow (\neg r \Rightarrow q)$$

je tautológia.

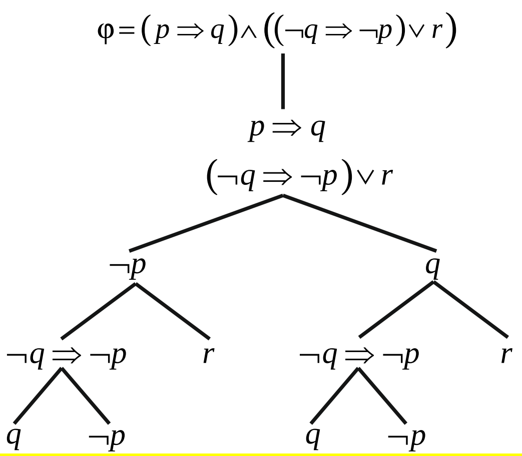
1	2	3	4	5	6	7	8	9
p	q	r	$p \wedge q$	$p \Rightarrow r$	$4 \wedge 5$	$\neg r$	$7 \Rightarrow 2$	$6 \Rightarrow 8$
0	0	0	0	1	0	1	0	1
0	0	1	0	1	0	0	1	1
0	1	0	0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	1	0	0	1	1
1	0	0	0	0	0	1	0	1
1	0	1	0	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	0	1	1	1
1	1	1	1	1	1	0	1	1

5. príklad. Zostrojte DNF a KNF pre formulu (5 body)

$$\varphi = (p \Rightarrow q) \wedge ((\neg q \Rightarrow \neg p) \vee r)$$

Riešenie

Pri konštrukcii DNF formuly použijeme normálne (DNF) sémantické tablo, potom každá otvorená vetva odpovedá konjunktívnej klauzule (v tomto prípade máme 5 vetvy , čiže aj 5 konjunktívnych klauzúl).



$$\varphi_{DNF} = (\neg p \wedge q) \vee (\neg p) \vee (\neg p \wedge r) \vee (q) \vee (q \wedge \neg p) \vee (q \wedge r)$$

Pri konštrukcii KNF formuly použijeme duálne (KNF) sémantické tablo, potom každá otvorená vetva odpovedá disjunktívnej klauzule (v tomto prípade máme 2 vetvy , čiže aj 2 disjunktívne klauzuly).

$$\varphi = (p \Rightarrow q) \wedge ((\neg q \Rightarrow \neg p) \vee r)$$

$p \Rightarrow q$ | $(\neg q \Rightarrow \neg p) \vee r$

$\neg p$
q

r
$\neg q \Rightarrow \neg p$

q
$\neg p$

$$\varphi_{KNF} = (\neg p \vee q) \wedge (q \vee \neg p \vee r)$$