

## Kontrolná písomka z Matematiky konaná dňa 15. 12. 2016

---

**Príklad 1.** Vypočítajte derivácie

(a)  $(e^x \sin x)' =$  (1 bod)

(b)  $(x \cos x)' =$  (1 bod)

(c)  $(x + \sin x)' =$  (1 bod)

(d)  $(\sqrt{1+x})' =$  (1 bod)

**Príklad 2.** Nájdite obor definície funkcie  $D_f$

(a)  $f(x) = \frac{1}{1-x}$  (2 body)

(b)  $f(x) = \ln(1+x)$  (2 body)

**Príklad 3.** Vypočítajte neurčité integrály

(a)  $\int (1-x) dx$  (2 body)

(b)  $\int x \cos x dx$  (2 body)

**Príklad 4.** Vypočítajte určité integrály

(a)  $\int_{-1}^1 (1+x) dx$  (2 body)

(b)  $\int_0^{\pi} x \cos x dx$  (2 body)

**Príklad 5.** Nájdite lokálne extrémny funkcie  $f(x) = x^4 - x^2 + 1$ . (2 body)

**Poznámky:**

(1) Písomka trvá 45 min.

(2) Každý príklad je hodnotený max. 4. bodmi, t. j. max. počet bodov za písomku je 20.

(3) K prílohe týmto príkladom dostane 2 listy čistého papiera, ktorý použijete na písomku

## Riešenie

### Príklad 1.

$$(a) (e^x \sin x)' = e^x \sin x + e^x \cos x = e^x (\sin x + \cos x) \quad (1 \text{ bod})$$

$$(b) (x \cos x)' = \cos x - x \sin x \quad (1 \text{ bod})$$

$$(c) (x + \sin x)' = 1 + \cos x \quad (1 \text{ bod})$$

$$(d) (\sqrt{1+x})' = \frac{1}{2}(1+x)^{-1/2} = \frac{1}{2(1+x)^{1/2}} = \frac{1}{2\sqrt{1+x}} \quad (1 \text{ bod})$$

### Príklad 2. Nájdiť obor definície funkcie $D_f$

$$(a) f(x) = \frac{1}{1-x}, \quad x \neq 1 \Rightarrow D_f = (-\infty, 1) \cup (1, \infty) \quad (2 \text{ body})$$

$$(b) f(x) = \ln(1+x), \quad 1+x > 0 \Rightarrow D_f = (-1, \infty) \quad (2 \text{ body})$$

### Príklad 3. Vypočítajte neurčité integrály

$$(a) \int (1-x) dx = \int dx - \int x dx = x - \frac{x^2}{2} \quad (2 \text{ body})$$

$$(b) \int x \cos x dx = \int (\sin x)' x dx = x \sin x - \int \sin x dx = x \sin x + \cos x \quad (2 \text{ body})$$

### Príklad 4. Vypočítajte určité integrály

$$(a) \int_{-1}^1 (1-x) dx = \left[ x - \frac{x^2}{2} \right]_{-1}^1 = \left( 1 - \frac{1}{2} \right) - \left( -1 - \frac{1}{2} \right) = 2 \quad (2 \text{ body})$$

$$(b) \int_0^{\pi} x \cos x dx = \left[ x \sin x + \cos x \right]_0^{\pi} = (\pi \cdot \sin \pi + \cos \pi) - (0 \cdot \sin 0 + \cos 0) = -1 - 1 = -2 \quad (2 \text{ body})$$

### Príklad 5. Nájdiť lokálne extrémum funkcie $f(x) = x^4 - x^2 + 1$ . (2 body)