

Darwinovská evolúcia ako algoritmus

Vladimír Kvasnička a Jiří Pospíchal
Ústav aplikovanej informatiky, Fakulta informatiky a informačných technológií STU
84216 Bratislava
e-mail: {kvasnicka, pospichal}@fiit.stuba.sk

V práci je prezentovaná moderná paradigma darwinovskej evolúcie, ktorá ju chápe ako univerzálny optimalizačný algoritmus, aplikovateľný nielen v biologických vedách, ale aj v rôznych oblastiach tak exaktných, ako aj sociálnych a behaviorálnych vied.

Úvod

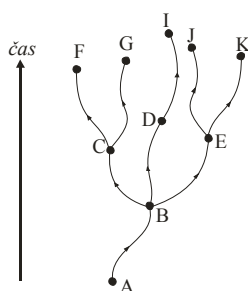
Práve pred 150 rokmi vyšla kniha Charlesa Darwina „O pôvode druhov“ [2], ktorá patrí medzi fundamentálne knižné publikácie novoveku a ktorá spôsobila „kopernikový obrat“ v našich názoroch na evolúciu života na Zemi. Nemenej dôležitý aspekt Darwinovej teórie spočíva aj v tom, že jej evolučný scenár sa stal konzistentnou a integrálnou súčasťou našich súčasných všeobecných predstáv o fyzikálnej evolúcii Vesmíru od veľkého tresku až po súčasnosť.

Darwinova evolučná teória spočíva v jednoduchej myšlienke, že život je v čase premenlivý a mladšie formy života nasledujú za staršími formami. Táto myšlienka už existovala pred Darwinom, ale až on a jeho nasledovníci ju rozvinuli do podoby umožňujúcej vysvetliť nielen rôznorodosť foriem života, ale aj adaptáciu živých organizmov vzhľadom na meniace sa okolie. Koncepcia evolúcie spočíva v kombinácii nasledujúcich šiestich princípov [13]:

1. Živé organizmy sú *časovo premenné*, podliehajú evolučným zmenám.
2. Evolučné zmeny majú charakter *vetvenia*. Súčasný druh sú nasledovníci predchodcov existujúcich v minulosti. Podobne, súčasný druh môže tvoriť predchodcu jednému alebo viacerým budúcim druhom (pozri obr. 1).
3. Nové druhy vznikli tak, že *populácia sa rozštiepila* na izolované podpopulácie, ktoré potom navzájom evolučne divergovali za vzniku nových druhov.
4. Evolučné zmeny sú *postupné – graduálne*. Niektoré organizmy, ktoré sa odlišujú od svojich rodičov, sú schopné prežitia. Z týchto organizmov si niektoré vytvoria svoju vlastnú podpopuláciu zloženú z podobných organizmov, v ktorej sa zachovávajú ich špecifické odlišnosti.
5. Mechanizmom adaptívnej zmeny je *prírodný výber*.
6. Jeden z hlavných mechanizmov vzniku zložitých štruktúr z evolučne starších štruktúr, ktoré mohli pôvodne hrať úlohu celkom odlišnú od výsledku, je „*bricolage*“ [9] (voľne preložené ako „fušerstvo“). Mnohí

evoluční biológovia sa domnievajú, že existencia bricolage¹ je jeden z hlavných dôkazov evolučného vzniku druhov.

Darwinovým veľkým úspechom [2] bolo, že pomerne rýchlo presvedčil svojich súčasníkov o existencii evolúcie, ktorej priebeh sa dá názorne reprezentovať stromom života (pozri obr. 1). Bol evolučným gradualistom, ktorý veril v nahromadenie (akumuláciu) malých zmien v priebehu dlhých časových úsekov, ktoré sú interpretované ako evolučná zmena. Toto jeho „gradualistické“ evolučné presvedčenie bolo všeobecne prijaté² až v prvej polovici 20. storočia hlavne zásluhou trojice matematikov – štatistikov Fishera, Wrighta a Haldanea, ktorí spojili populačnú genetiku s evolučnou teóriou za vzniku modernej evolučnej teórie nazývanej *neodarwinizmus*. Dôležitosť izolácie populácie vznikajúceho nového druhu zostala kontroverznou otázkou evolučnej teórie ešte o mnoho dlhšie. Tento pohľad na mechanizmus vzniku nových druhov sa stal všeobecne akceptovaným až zásluhou prác Mayra [11] z polovice 20. storočia.



Obr. 1. Schematické znázornenie vzniku nových druhov (označených písmenami A, B, ...) v priebehu evolúcie. Druh A je predchodcom druhu B, druh B je spoločným predchodcom nových druhov C, D a E. Priebeh evolúcie sa dá názorne reprezentovať pomocou tohto „stromu života“.

Súčasná evolučná biológia stojí pred dvoma dôležitými problémami, ktoré sa snaží vysvetliť. Prvým problémom je *neobyčajná rôznorodosť* foriem života na našej planéte. Až darwinizmus poskytol vysvetlenie tejto skutočnosti, kde vedľa seba existuje mnoho druhov, ktoré sú morfológicky zásadne odlišné a ktoré na prvý pohľad nemajú medzi sebou skoro nič spoločné. Druhý, nemenej dôležitý problém je *adaptácia*. Štruktúrovaná zložitosť organizmov, ich adaptácia na životné prostredie, je rovnako prekvapujúca ako rôznorodosť organizmov. Zmyslové orgány sú klasickým príkladom zložitej a jemne naladenej adaptácie. Medzi najväčšie úspechy darwinizmu patrí prírodovedecké vysvetlenie adaptácie pomocou prírodného výberu založeného na prežívaní lepšie prispôbených organizmov (s väčším fitness) a dedení získaných vlastností. Evolučné zmeny sú určené variáciami v populácii, rozdielmi vo fitness spôsobenými týmito variáciami a genetickým prenosom. Adaptívne zmeny sa uskutočňujú aj napriek často zmieňovanej skutočnosti, že mechanizmy spôsobujúce variabilnosť populácie (hlavne mutácie) nesúvisia priamo s výhodnosťou adaptívnych zmien. Tak napr. adaptívny posun farby peria vtáka prebieha postupne, v priebehu mnohých generácií a závisí od kumulatívneho výberu. Ak výber má vysvetliť adaptáciu, potom musí byť kumulatívny. Inovácia je výsledkom dlhej postupnosti epizód výberu, pretože

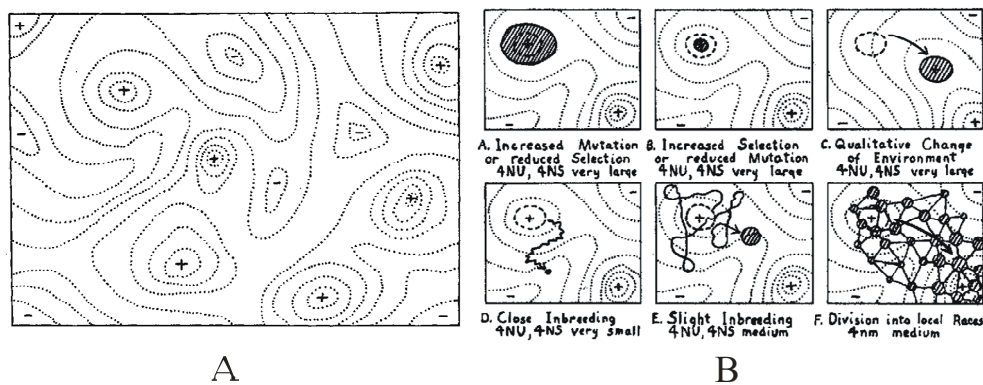
¹ Na pravidelných bratislavských kognitívno-vedných stretnutiach Lubomír Tomáška prezentoval úsmevný príklad bricolage na problému existencie handry pred dverami bytu. Na existenciu tejto handry môžu existovať dva evolučné názory. Podľa prvého názoru, jej existencia je výsledkom evolúcie, keď existoval selekčný tlak na jej vznik. Druhý názor je, že jej existencia pred dverami je náhodná, je výsledkom bricolage, kde evolučný pôvod handry je diametrálne odlišný od jej aktuálneho používania, ktoré bolo vybrané viac-menej náhodne, aby sa splnila nejaká aktuálna potreba (napr. potreba očistiť si topánky pred vstupom do bytu).

² Na úrovni DNA ide samozrejme o diskkrétne zmeny jednotlivých báz, tu gradualizmus neplatí

pravdepodobnosť požadovanej náhlej adaptačnej zmeny prostredníctvom mutácie je zanedbateľne malá. Súčasne s adaptačnými zmenami prebieha aj proces diverzifikácie populácie, adaptácia na nové prostredie a postupná divergencia jednotlivých podpopulácií od seba.

Určité pochybnosti pri akceptovaní Darwinovej evolučnej teórie neustále pretrvávajú [1] v súvislosti s vysvetlením mechanizmov vzniku nových zložitostí. Tieto zložitosti majú komplexnú štruktúru, pričom ich architektúra je obvykle ireducibilného charakteru, t.j. nemôžeme odstrániť ani jeden element štruktúry bez straty funkčnosti celej zložitosti. V tomto smere existuje v súčasnosti najviac námietok proti evolučnej teórii, ako principiálne neschopnej vysvetliť pomocou prírodného výberu a adaptácie vznik nových kvalít, kreativitu živej prírody. Evolučný vznik nových kvalít, nových zložitostí, je obvykle sprevádzaný aj veľkou prestavbou genotypu organizmu, zmenou jeho modulárnej štruktúry a interakcie jednotlivých modulov medzi sebou. Gradualizmus klasického darwinizmu (aj neodarwinizmu) vychádza implicitne z predpokladu, že štruktúra genotypu je nemenná, môže sa meniť len zložením jednotlivých alel genotypu, bez zmeny jeho modulárnej štruktúry a pod. Evolučný nárast zložitosti je formálne zložitý problém, ktorý sa nedá riešiť len na verbálnej kvalitatívnej úrovni, ale vyžaduje spoluprácu s teoretickými biológmi a informatikmi, ktorí sa venujú počítačovým simuláciám *in-silico* evolúcie.

V ďalšej časti tohto článku uvidíme vybrané koncepcie a názory na darwinovskú evolúciu, ktoré podľa názoru autorov zohrali významnú úlohu pri vzniku a rozvíjaní všeobecného pohľadu na biologickú evolúciu ako algoritmus (niekedy nazývaného aj univerzálny darwinizmus). Ako informatici pracujúci v umelej inteligencii a v kognitívnej vede, budeme preferovať také názory, ktoré viedli k pohľadu na evolúciu ako na univerzálne platný optimalizačný algoritmus, ktorého „materiálna“ realizácia - implementácia je nezávislá od pôvodnej biologickej realizácie evolúcie.



Obr. 2. Jeden z najslávnejších obrázkov neodarwinizmu, ktorý pochádza od amerického populačného genetika a evolučného biológa Sewalla Wrighta [15]. (A) Znárodňuje povrch fitness funkcie obsahujúci množstvo lokálnych extrémov (miním a maxim). Evolúciu charakterizoval ako adaptívny proces (v matematickej terminológii "optimalizačný proces"), kde genotyp populácie je adaptovaný tak, že dosiahne lokálne (snáď aj globálne) optimum – maximum na povrchu fitness funkcie. (B) Wright navrhoval rôzne mechanizmy, ako prekonať hlboké údolia medzi dvoma maximami. Svoju pozornosť v tomto smere sústredil hlavne na možnosť genetického driftu malej populácie, ktorá je dočasne izolovaná od hlavnej populácie a kde drift nadobúda význam s poklesom významu prirodzeného výberu. V takomto evolučnom „taviacom kotli“ dochádza k neočakávaným zmenám genotypu, čo sa môže prejaviť aj preskokom z jedného maxima na druhé maximum. Týmto spôsobom vysvetľoval Wright mechanizmus toho (pozri motto tohto príspevku), ako sa genotyp populácie môže presunúť z nižšieho vrcholu na vyšší vrchol povrchu fitness.

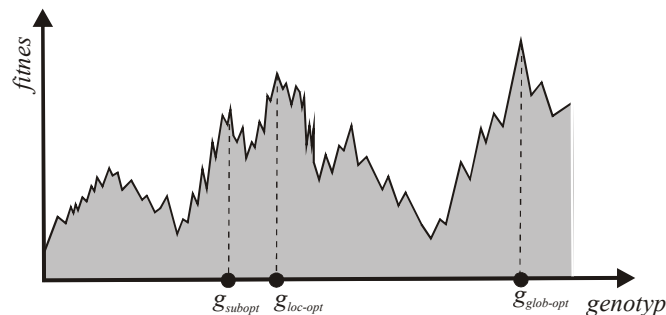
Wrightov pohľad na evolúciu ako na optimalizáciu [15]

V prírodnom výbere má dominantné postavenie koncepcia *fitnes* organizmov, ktorý je špecifikovaný ako relatívna schopnosť prežitia a reprodukovania sa v danom *prostredí* a v danej *populácii*. Vo všeobecnosti, *fitnes* je chápaný nielen ako atribút genotypu ale aj populácie. Tento postulát odráža naše predstavy o *fitnes*, ako o veličine, ktorá kvantifikuje nielen prežívanie a schopnosť reprodukcie jednotlivých organizmov, ale aj ich vzájomnú interakciu v populácii. Vlastnosti určujúce *fitnes* sa aspoň čiastočne prenášajú z rodičov na potomkov, t.j. sú zafixované v genotype jedincov populácie. Potomkovia rodičov s väčším *fitnes* budú početnejší a taktiež aj "silnejší" ako potomkovia "slabších" rodičov.

Koncepcia *povrch fitnes* (pôvodne „adaptive fitness landscape“) (pozri obr. 2, diagramy A a B) pochádza od jedného zo zakladateľov neodarwinizmu Sewalla Wrighta, ktorý v r. 1932 navrhol [15] túto koncepciu, ktorá predstavuje jednoduchý heuristický prístup ako vizualizovať proces evolúcie populácie organizmov. Evolúcia populácie môže byť pomocou tohto obrázku interpretovaná ako pohyb populácie smerom k vrcholu s najväčším *fitnes*. V dôsledku existencie mutácií, tento pohyb populácie na povrchu *fitnes* má stochastický charakter. V tejto súvislosti sa zdôrazňuje, že práve vďaka mutáciám, organizmy populácie majú šancu „preskúmať“ väčšiu oblasť na povrchu *fitnes* a tak potenciálne dosiahnuť v procese evolúcie globálne maximum na povrchu *fitnes*. To znamená, že evolučný proces môžeme charakterizovať ako *optimalizačný proces*. Formálne túto skutočnosť môžeme vyjadriť pomocou diskrétného optimalizačného problému

$$\mathbf{g}_{opt} = \arg \max_{\mathbf{g} \in \{a,b,\dots\}^n} f(\mathbf{g}) \quad (1)$$

kde $f(\mathbf{g})$ je *fitnes* funkcia, ktorá priradí každému genotypu \mathbf{g} zostrojenému nad abecedou $\{a,b,\dots\}$ kladné reálne číslo - *fitnes*, výsledné riešenie \mathbf{g}_{opt} reprezentuje genotyp nachádzajúci sa na globálnom maxime povrchu funkcie *fitnes*. Evolučným cieľom organizmov je optimálna adaptácia v danom prostredí. Vlastnosti povrchu *fitnes* (extrémna multimodálnosť) určujú, ako ťažko sa požadované optimálne riešenie nájde „prirodzeným“ evolučným procesom. Vychádzajúc z tejto metafory povrchu *fitnes*, Wright formuloval aj ciele evolúcie takto „*Ústredným problémom evolúcie je navrhnuť taký mechanizmus, ktorým organizmy môžu nájsť spojitú cestu z nižšie položeného vrcholu na vyššie položený vrchol*“ (pozri obr. 3).



Obr. 3. Povrch *fitnes* bol prvý krát použitý v Darwinovej teórii americkým biológom Sewallom Wrightom v r. 1932 [15], ktorý charakterizoval evolúciu ako optimalizačný problém (v jeho terminológii adaptačný problém) nad povrchom *fitnes*, ktorý je charakterizovaný funkciou f . Výsledný genotyp populácie je priradený bodu – lokálne optimálnemu genotypu $g_{loc-opt}$ – s vysokou (ale nie najväčšou) hodnotou *fitnes*. Globálne optimálne riešenie označené $g_{glob-opt}$ reprezentuje také riešenie, ktoré má maximálnu funkčnú hodnotu na povrchu *fitnes*. Obrazne povedané, Darwinova evolúcia musí mať prostriedky ako prekonať hlboké údolie pri pohybe z suboptimálneho riešenia g_{subopt} k blízkemu lokálne-optimálnemu riešeniu $g_{loc-opt}$. Pretože Darwinova evolúcia je stochastický optimalizačný algoritmus prebiehajúci na povrchu *fitnes* funkcie, pravdepodobnosť získania globálne optimálneho stavu nie je stopercentná, nie vždy je toto riešenie dosiahnuteľné z danej počiatočnej populácie a v reálnom čase.

Dawkinsov univerzálny darwinizmus

Dawkins v r. 1982 napísal významnú esej „Universal Darwinism“ [2] v ktorej formuloval svoje evolucionistické krédo – „univerzálny darwinizmus“, podľa ktorého, ak niekde vo vesmíre existuje život, potom jeho evolúcia musela prebiehať podľa Darwinových evolučných princípov formulovaných v úvodnej časti tejto práce. Aby si zabezpečil všeobecnosť svojich úvah, v eseji nepoužíva termín „živý organizmus“ (alebo jeho blízke analógie), ale používa veľmi všeobecný termín „*adaptívna zložitosť*“, ktorý bol v evolučnej biológii prvý krát použitý evolučným biológom Maynardom Smithom už v r. 1969.

Zložitosť (complexity) je štatistický pojem. Zložitá vec je štatisticky nepravdepodobná, má veľmi malú pravdepodobnosť spontánnej existencie. Počet rôznych spôsobov usporiadania 10^{27} atómov ľudského tela je enormne veľký. Z týchto možných všetkých spôsobov len nepatrná časť odpovedá ľudskému telu. *Adaptívna zložitosť* je taká zložitosť, ktorá je adaptívna k zmene prostredia. Tak napr. mikroelektronický čip, aj keď má enormnú zložitosť, nie je adaptívny, pretože sa nedokáže adaptovať na zmenené prostredie, t.j. čip nie je adaptívna zložitosť. Na druhej strane, jednoduchý organizmus, napr. baktéria je adaptívna zložitosť, pretože vykazuje tak znaky zložitosti, ako aj adaptivity na zmenu prostredia. Existencia adaptívnej zložitosti je *hlavným kritériom existencie života*. Ak na nejakej planéte nájdeme nejaké hmotné štruktúry, ktoré môžeme klasifikovať ako adaptívnu zložitosť, potom môžeme deklarovat' s vysokým stupňom istoty, že na planéte existuje (alebo existoval) život. Cieľom každej evolučnej teórie je vysvetliť vznik adaptívnej zložitosti, t.j. experimentálny fakt, ktorý niektorí pokladajú za dôkaz existencie Tvorcu.

Anglikánsky teológ William Paley z prelomu 18. a 19. storočia vo svojej knihe „*Natural Theology*“ [12] dôvodil, že každá adaptívna zložitosť musí mať svojho tvorca (každé hodiny majú svojho hodinára – tvorca). Tento argument sa neustále opakuje v rôznych verziách ako argument proti evolučnej teórii už takmer dvesto rokov. V súčasnosti je zmodernizovaný do podoby tzv. ireducibilnej zložitosti [1], ktorej príkladom môžu byť rôzne zložené orgány vnímania fungujúce len vtedy, ak obsahujú všetky svoje časti v správnom nastavení. Ak chýba čo len jedna súčasť tejto ireducibilnej zložitosti, stáva sa totálne nefunkčnou. Keď rozmyšľame zjednodušene evolucionisticky, „nedokončený“ orgán vnímania nepredstavuje pre organizmus žiadnu evolučnú výhodu, čiže nemôže existovať ani selekčný tlak na jeho vznik.

Nedávno sa diskutovalo v evolučnej psychológii a v kognitívnej vede podobný problém evolučného pôvodu „univerzálnej gramatiky“, pôvodne postulovanej americkým lingvistom Noamom Chomskym [8] v 60. rokoch minulého storočia, ako nutnej štruktúry našej mysle (mozgu) k tomu, aby bol schopný vysvetliť akvizíciu jazyka malým deťat'om počúvaním jednoduchých gramatických viet, bez nutnosti poznania gramatických pravidiel danej reči. Moderný názor na univerzálnu gramatiku je, že evolúcia nevytvorila schopnosť ľudskej reči úplne od počiatku v priebehu ostatných niekoľkých miliónov rokov, ale použila materiál, ktorý už bol k dispozícii, ktorý bol podstatne evolučne starší, ako práve vznikajúci jazyk. Evolúcia využíva už existujúce štruktúry pre nové, často prekvapujúce ciele. Anatomická štruktúra mozgu humanoidných opíc je veľmi podobná anatomickej štruktúre ľudského mozgu, medzi opicami a ľuďmi môžu byť pomerne presne identifikované mnohé vzájomne si odpovedajúce oblasti mozgu. Oblasť ľudského mozgu, ktoré sú označené za centrum reči, u opíc sú identifikované ako oblasti pre kontrolu svalov tváre a pre analýzu zvukového vstupu. Táto skutočnosť asi podstatne uľahčila evolučné „predrôtovanie“ týchto oblastí pre účely vzniku ľudskej reči. Z týchto úvah vyplýva, že ľudský jazykový inštinkt nie je dielom „zázračnej“ mutácie, alebo povedané poetickým jazykom Dawkinsa, *náhla inšpirácia slepého hodinára riadiaceho evolúciu* [4], ale dôsledkom niekoľko sto miliónov rokov, v ktorých evolúcia experimentovala so živočíšnou kogníciou. Adaptívny význam ľudského jazyka je nespochybniteľný – umožňuje hovoriť. Spolupráca pri lovení, plánovanie, koordinovanie aktivít, podieľanie sa na spoločných úlohách, sociálne väzby, manipulácia alebo podvádzanie, toto všetko môže mať úžitok zo zvyšovania schopnosti komunikovať ľudským jazykom.

Hollandov genetický algoritmus

Genetický algoritmus [7,10] bol vynájdený americkým informatikom Johnom Hollandom [7] počiatkom 70-tych rokov minulého storočia. Po určitej nábehovej 10-ročnej perióde rozpakov a mlčania v komunite informatikov, genetické algoritmy sa stali jednou z najbúrlivejšie rozvíjajúcich sa oblastí informatiky a umelej inteligencie. Možno konštatovať, že spolu s neurónovými sieťami tvoria jadro novo vznikajúcej oblasti nazývanej *počítačová inteligencia*, ktorá je schopná riešiť praktické inžinierske problémy z informačných technológií, ktoré vyžadujú vysoký stupeň „inteligencie“³. V tejto podkapitole ukážeme základné princípy genetických algoritmov.

Genetický algoritmus nemanipuluje priamo so živými organizmami, ale s ich genetickou reprezentáciou. Pôvodný Hollandov názov pre túto reprezentáciu bol „chromozóm“, žiaľ táto pôvodná terminológia vyvolávala medzi biológmi rôzne asociácie s čisto biologickým významom tohto termínu, ktoré nesúviseli s problematikou genetického algoritmu, preto budeme tieto informačné entity nazývať „replikátory“. Postulujeme, že replikátory majú schopnosť sa rozmnožovať – replikovať, a to buď unárne (asexuálne) alebo binárne (sexuálne). Pri unárnej replikácii sa zúčastňuje procesu jeden replikátor - rodič, zatiaľ čo pri binárnej replikácii sa zúčastňujú procesu dva replikátory – rodičia. Rodičia (rodič) sú kvázináhodne vybraní z populácie v závislosti na ich fitnes (replikátory s väčším fitnes s väčšou pravdepodobnosťou vstupujú do replikácie) a produkujú nové replikátory - potomkov. Budeme rozlišovať tieto tri zložky replikačného procesu:

- (1) *selekcia* rodičov,
- (2) *replikácia* rodičov, pričom vznikajú potomkovia, a
- (3) *návrat* potomkov do populácie.

V prvom kroku binárnej replikácie sa vyberú pomocou stochastického operátora O_{select} z populácie P dva replikátory $\mathbf{x}_1^{old} = O_{select}(P)$, $\mathbf{x}_2^{old} = O_{select}(P)$ tak, že pravdepodobnosť ich výberu je úmerná ich fitnes. V druhom kroku použitím stochastického operátora replikácie O_{repli} z rodičov dostaneme potomkov \mathbf{x}_1^{new} a \mathbf{x}_2^{new} .

$$(\mathbf{x}_1^{new}, \mathbf{x}_2^{new}) = O_{repli}(\mathbf{x}_1^{old}, \mathbf{x}_2^{old})$$

V unárnej (asexuálnej) replikácii sa na tvorbe potomkov podieľa len jeden replikátor – rodič. Formálne, tento proces môžeme vyjadriť takto

$$\mathbf{x}^{old} = O_{select}(P) \text{ a } \mathbf{x}^{new} = O_{repli}(\mathbf{x}^{old})$$

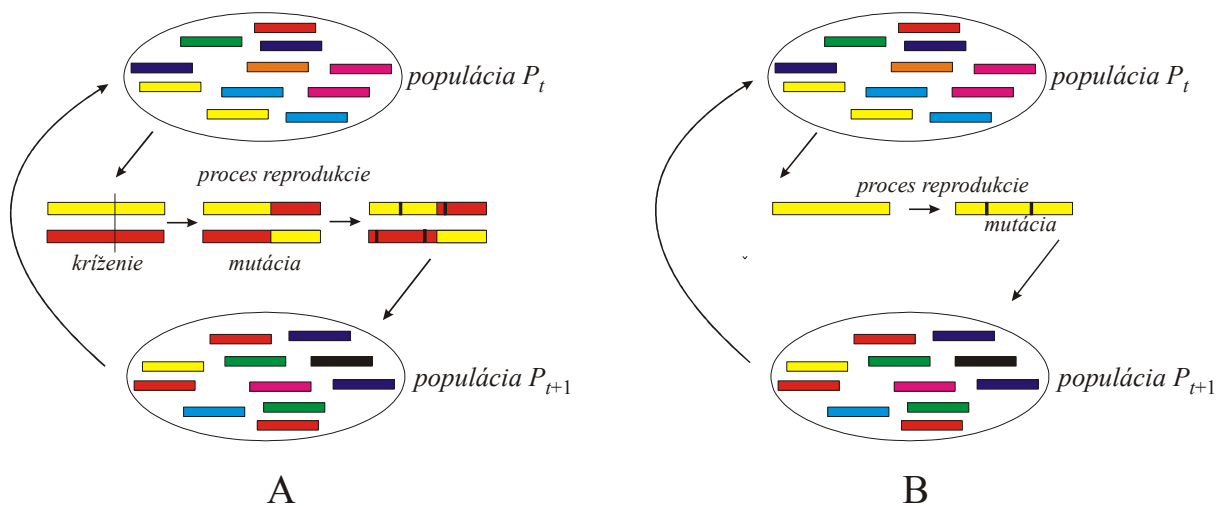
V prvom kroku je kvázináhodne vybraný rodič, v druhom aplikáciou stochastického operátora reprodukcie O_{repro} sa z replikátora - rodiča vytvorí replikátor – potomok. Prečo hovoríme, že operátor reprodukcie replikátorov je stochastický? Tento operátor z rodiča (rodičov) vyrobí potomka (potomkov) určitým procesom, ktorý nie je striktne deterministický, takže potomkovia nie sú presnými kópiami rodičov, ale majú určitú malú variabilitu vzhľadom k rodičom, čím je zabezpečená variabilita populácie. V treťom kroku sa rieši problém návratu potomka do populácie. Pseudopascalovský kód takto určenej Darwinovej evolúcie je daný nasledujúcim algoritmom:

³ V modernej informatike sa pod prívlastkom „inteligentný“ rozumie taký „agent“, ktorého kognitívny orgán (reprezentovaný *subsymbolickou* neurónovou sieťou alebo *symbolickým* expertným systémom) je schopný adaptácie (učenia) pri zmene prostredia alebo cieľov, ktoré sa spontánne vynárajú pri pohybe agenta v tomto prostredí.

Algoritmus 1.

```
P:=náhodne vygenerovaná populácia replikátorov;  
t:=0;  
while t<tmax do  
begin t:=t+1;  
    Q:=∅;  
    while |Q|<|P| do  
    begin x1:=Oselect(P); x2:=Oselect(P);  
        (x1', x2') := Orepli(x1, x2);  
        Q:=Q∪{x1', x2'};  
    end;  
    P:=Q;  
end;
```

Algoritmus začína náhodnou inicializáciou populácie P. Evolúcia populácie je obsiahnutá vo vnútri **while-begin...end** cyklu, ktorý sa opakuje t_{\max} -krát. V rámci jednej epochy sa vytvorí nová populácia Q, ktorá sa tvorí opakovanou replikáciou dvoch rodičovských genotypov, ktoré majú vysoký fitness. Nová populácia Q nahradí pôvodnú populáciu P.



Obr. 4. (A) Schematické znázornenie genetického algoritmu s binárnou reprodukciou. Vychádza sa z aktuálnej populácie P_t , z ktorej opakovane vyberáme dvojice rodičovských replikátorov (pravdepodobnosť výberu je úmerná ich fitness). V reprodukčnom procese ich replikácia je založená na tzv. krížení, ktoré spočíva v tom, že pri kopírovaní replikátorov najprv využívame pôvodnú časť replikátora 1. rodiča a potom (s určitou pravdepodobnosťou) aj časť replikátora 2. rodiča. Vzniknuté replikátory ešte prechádzajú procesom mutácie, pri ktorom s malou pravdepodobnosťou sa zavedú do replikátora chyby (na obrázku sú znázornené malými vertikálnymi čiarami). Takto vytvorené replikátory vytvárajú novú populáciu potomkov, ktorá, keď obsahuje rovnaký počet replikátorov ako rodičovská populácia, sa osamostatní a podobný proces reprodukcie sa opakuje. (B) Genetický algoritmus s unárnou reprodukciou, replikátory potomkov sa vytvárajú len jednoduchým kopírovaním rodičovských replikátorov spolu s málo pravdepodobnými mutáciami.

Darwinova evolúcia môže byť interpretovaná ako *rekurentný proces*, v ktorom nasledujúca populácia je vytvorená reprodukciou predchádzajúcej populácie

$$P_{t+1} = R(P_t)$$

Funkcia R kvázinahodne (vzhľadom k fitness replikátorov) priradí k populácii P_t nasledujúcu populáciu P_{t+1} . Cieľom tejto rekurzcie – evolúcie darwinovského systému – je spontánna emergencia replikátorov s vysokým fitness, ktoré sa vyvinú z počiatkových, náhodne

generovaných replikátorov, tvoriacich populáciu P_0 . Hybnou silou evolúcie darwinovského systému je (1) prírodný výber a (2) spontánne mutácie. Z tohto pohľadu môžeme povedať, že evolúcia systému prebieha na hrane chaosu a poriadku. Mechanizmy selekcie najlepšie prispôbených replikátorov pomocou prírodného výberu a neustála zmena replikátorov v populácii dôsledkom stochastických mutácií pri replikačnom procese, sú hlavným zdrojom evolúcie systému, postupného zvyšovania priemerného fitness v celej populácii.

Zatiaľ sme bližšie nešpecifikovali reprodukčný proces. Holland zaviedol pre binárnu (sexuálnu) reprodukciu proces kríženia, ktorý spočíva v tom, že z dvoch rodičovských replikátorov sa kopírovaním vytvoria dva nové replikátory potomkov, avšak pri tomto kopírovacom procese prvá časť sa kopíruje z 1. rodiča, zatiaľ čo nasledujúca časť sa kopíruje z 2. rodiča. Táto možnosť použitia časti replikátora 2. rodiča pri vytváraní nového replikátora sa využíva len s určitou pravdepodobnosťou (preto môže nastať situácia, že replikátor potomka je kópiou replikátora len jedného rodiča). Súčasťou reprodukčného procesu sú aj tzv. mutácie, ktoré pri tvorbe replikátorov potomkov vytvárajú s malou pravdepodobnosťou náhodné zmeny, pozri obr. 4, diagram A. Genetický algoritmus s unárnou (asexuálnou) reprodukciou je zjednodušenou verziou predošlej verzie s binárnou reprodukciou, kríženie je v tomto prípade vylúčené (jeden rodič sa nemôže sám so sebou krížiť), pozri obr. 4, diagram B.

Význam kríženia v genetickom algoritme

Sexuálna reprodukcia agentov populácie nie je jediný možný prístup k ich reprodukcii, existuje ešte možnosť tzv. asexuálnej reprodukcie, v ktorej len jeden agent - rodič vstupuje do procesu reprodukcie. Pomocou jednoduchého modelu ukážeme, za akých podmienok je sexuálna alebo asexuálna reprodukcia výhodná pre Darwinovu evolúciu. Predpokladajme, že funkcia f je separovateľná na dve nezávislé časti

$$f(\mathbf{x}) = f_1(x_1, x_2, \dots, x_j) + f_2(x_{j+1}, x_{j+2}, \dots, x_k)$$

Optimalizačný problém pre funkciu f potom obsahuje dva nezávislé podproblémy

$$\mathbf{x}_{opt} = \mathbf{x}_{opt}^1 \oplus \mathbf{x}_{opt}^2$$

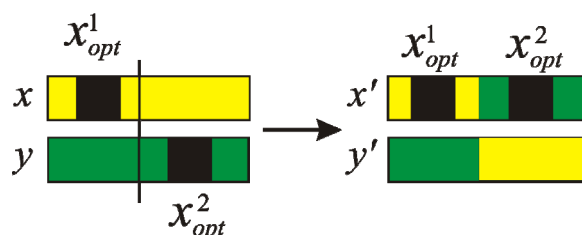
$$\mathbf{x}_{opt}^1 = \arg \min_{x^1 \in \{a,b,c,\dots\}^j} f_1(\mathbf{x}^1)$$

$$\mathbf{x}_{opt}^2 = \arg \min_{x^2 \in \{a,b,c,\dots\}^{k-j}} f_2(\mathbf{x}^2)$$

Význam kríženia pre takto separovateľný optimalizačný problém je znázornený na obr. 5. Z tohto obrázku priamo vyplýva, že operácia kríženia môže podstatne urýchľovať evolúciu populácie, potenciálne môže spájať dve „podriešenia“ v jedno riešenie, ktoré obsahuje obe podriešenia.

$$f(\mathbf{x}) > f(\mathbf{x}'), \quad f(\mathbf{y}) > f(\mathbf{x}')$$

$$f(\mathbf{x}) < f(\mathbf{y}'), \quad f(\mathbf{y}) > f(\mathbf{y}')$$



Obr. 5. Význam kríženia pre separovateľnú účelovú funkciu. Operácia kríženia môže spojiť dve nezávislé riešenia – chromozómy v jedno riešenie, ktoré už je riešením oboch optimalizačných podproblémov.

V prípade, že účelová funkcia je separovateľná na dve alebo viac nezávislých častí, operácia kríženia zavádza do Darwinovej evolúcie *vnútorný paralelizmus*. Tento pojem, zavedený v teórii genetických algoritmov Hollandom [7], znamená, že v populácii chromozómov prebieha mnoho nezávislých optimalizácií, ktoré sú zamerané len na jednu časť účelovej funkcie. Operácia kríženia môže spájať tieto nezávislé „podriešenia“ na nové riešenia, ktoré už majú charakter riešení pokrývajúcich dva alebo viac optimalizačných podproblémov. Na základe týchto jednoduchých úvah môžeme pristúpiť k formulovaniu nasledujúceho zovšeobecnenia platného pre umelú (a snáď aj pre Darwinovu) evolúciu: V prípade, ak sa gény v chromozóme dajú rozdeliť na dve susedné podskupiny, ktoré navzájom neinteragujú, potom *kríženie urýchľuje evolúciu*, t.j. hľadanie globálneho riešenia. V opačnom prípade, ak gény v chromozóme nie je možné rozdeliť na dve susedné neinteragujúce skupiny, potom kríženie nie je dôležité pre urýchlenie evolúcie. V 2. prípade (gény v chromozóme nie je možné rozdeliť na susedné neinteragujúce podskupiny) zahrnutie kríženia neurýchľuje evolúciu. Potom efektívny reprodukčný proces obsahuje len mutáciu pri kopírovaní otcovského chromozómu do chromozómu potomka.

V teórii genetických algoritmov existujú dva „antagonistické“ tábory, ktoré sú charakterizované tým, či sú *za* alebo *proti* zahrnutiu kríženia do procesu reprodukcie. Prvý tábor reprezentovaný napr. Hollandom [7] (genetické algoritmy) verí, že kríženie patrí medzi základné črty evolučných algoritmov, jeho odstránenie redukuje evolučné algoritmy na slepé stochastické optimalizácie. Druhý tábor reprezentovaný napr. Fogelom [6] (evolučné programovanie) tvrdí, že zahrnutie kríženia do evolučných algoritmov nie je potrebné (kríženie je charakterizované ako gigantická mutácia). Podľa toho, čo sme si už povedali o význame kríženia v evolúcii, môžeme povedať, že prvý (druhý) tábor má pravdu pre evolúciu definovanú s účelovou funkciou, ktorá je (nie je) separovateľná na neinteragujúce časti.

Prvý ilustračný príklad Hollandovho genetického algoritmu – riešenie úlohy obchodného cestujúceho [10]

Efektivita genetického algoritmu bude ilustrovaná riešením známej kombinatoriálnej úlohy obchodného cestujúceho pomocou genetického algoritmu s verziou, kde dvaja rodičia vstupujú do reprodukčného procesu (pozri diagram A, obr. 4). Táto úloha má nasledujúcu jednoduchú formuláciu: máme n miest, obchodný cestujúci stojí pred úlohou ako navrhnuť itinerár služobnej cesty, kde má navštíviť všetkých n miest práve len raz a na záver sa vrátiť do východiskového mesta, pričom dĺžka cesty by mala byť *minimálna*. Táto úloha môže byť jednoducho kódovaná pomocou permutácie $Q = (q_1, q_2, \dots, q_{n-1}, q_n)$, kde element permutácie $1 \leq q_i \leq n$ je priradený i -temu mestu, pričom permutácia Q sa interpretuje tak, že cesta je zahájená v meste q_1 , pokračuje do mesta q_2 , z tohto mesta pokračuje do mesta q_3, \dots , cesta končí v meste q_n , pričom obchodný cestujúci na záver cesty sa vráti do východiskového mesta q_1 . Dĺžka cesty špecifikovanej permutáciou Q je určená formulou

$$D(Q) = \sum_{i=2}^n d(q_{i-1}, q_i) + d(q_n, q_1)$$

kde $d(q, q')$ je vzdialenosť (metrika) medzi mestami q a q' . Riešením úlohy obchodného cestujúceho je taká uzavretá cesta – permutácia, ktorá vyhovuje podmienke

$$Q_{opt} = \arg \min_{Q \in S_n} D(Q)$$

kde S_n je symetrická grupa obsahujúca $n!$ permutácií n objektov – miest. To znamená, že pri riešení úlohy obchodného cestujúceho hľadáme takú permutáciu Q_{opt} , ktorá minimalizuje vzdialenosť $D(Q)$. Riešenie tejto „jednoduchéj“ optimalizačnej úlohy naráža na zásadný

problém, a to veľkosť (rád) symetrickej grupy S_n , ktorý rastie faktoriálovo s rastom n . V operačnom výskume je táto úloha bežne riešená pre niekoľko-sto miest, potom počet permutácií, ktoré musia byť preskúmané pri riešení vyššie uvedenej optimalizačnej úlohy úplným prehľadávaním je obrovský, čo spôsobuje praktickú neriešiteľnosť úlohy obchodného cestujúceho. Z týchto dôvodov, pri riešení úlohy obchodného cestujúceho musíme použiť heuristiky, ktoré podstatne zjednodušujú riešenie úlohy, avšak za cenu toho, že získané riešenie je len suboptimálne.

Výhodou genetického algoritmu je to, že ako „heuristika“ poskytuje kvalitné suboptimálne riešenie, ktoré je veľmi blízke (niekedy aj identické) presnému riešeniu. Populácia P je určená ako multimnožina obsahujúca chromozómy – permutácie Q

$$P = \{Q_1, Q_2, \dots, Q_r\}$$

Každý chromozóm – permutácia Q je ohodnotený fitness

$$f(Q) = \frac{1}{\omega + D(Q)}$$

kde malé kladné číslo ω určuje maximálnu hodnotu fitness pre nulovú dĺžku $D(Q)$, $f_{max} = 1/\omega$. Fitness špecifikuje chromozómy – permutácie z populácie P tak, že kvalita chromozómu je špecifikovaná vysokým fitness

$$D(Q_1) < D(Q_2) \Rightarrow f(Q_1) > f(Q_2)$$

Potom selekčný operátor O_{select} zo špecifikácie Hollandovho genetického algoritmu sa uskutočňuje pomocou rulety [10], ktorá realizuje kvázináhodný výber s pravdepodobnosťou úmernou fitness chromozómov. To znamená, že chromozómy s vysokým fitness sú vyberané do reprodukčného procesu s väčšou pravdepodobnosťou ako chromozómy s malým fitness (túto vlastnosť genetického algoritmu môžeme považovať za počítačovú realizáciu princípu prirodzeného výberu Darwinovej evolúcie). K tomu, aby sme mohli aplikovať genetický algoritmus na úlohu obchodného cestujúceho, musíme špecifikovať operátor replikácie $(Q_1^{new}, Q_2^{new}) = O_{repli}(Q_1^{old}, Q_2^{old})$, ktorý z dvojice rodičov (rodičovských permutácií) vytvorí novú dvojicu permutácií - potomkov. Operátor replikácie je realizovaný pomocou dvojice elementárnych operátorov mutácie a kríženia

$$(\tilde{Q}_1, \tilde{Q}_2) = O_{cross}(Q_1^{old}, Q_2^{old})$$

$$Q_1^{new} = O_{mut}(\tilde{Q}_1), Q_2^{new} = O_{mut}(\tilde{Q}_2)$$

Operátor mutácie aplikovaný na permutáciu \tilde{Q} sa uskutočňuje tak, že s malou pravdepodobnosťou P_{mut} vykonáme v permutácii \tilde{Q} operáciu transpozície dvoch indexov špecifikovanú pomocou algoritmu

```

procedure Mutation(input: Q; output Q');
begin for i:=1 to N do q'_i := q_i;
    for i:=1 to N do
        if random < P_mut then
            begin j:=1+random(N);
                aux:=q'_i; q'_i := q'_j; q'_j := aux
            end;
end;

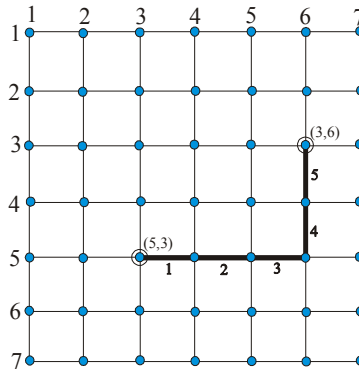
```

Premenná $random$ je náhodné číslo z intervalu $[0,1)$ generované s rovnomernou distribúciou pravdepodobnosti. Podobne, $random(N)$ je náhodné celé číslo z intervalu $[0,N-1]$ s rovnomernou distribúciou. Pri aplikácii operátora mutácie na chromozóm (permutáciu) sa nedostávame von z domény chromozómov, t. j. aj výsledok $Q^{new} = O_{mut}(\tilde{Q})$ je opäť permutácia.

Operátor kríženia O_{cross} je vo všeobecnosti definovaný tak, že rodičovské chromozómy Q_1^{old} a Q_2^{old} si vymenia za bodom kríženia (náhodne stanoveným) svoje časti (pozri diagram A, obr. 4). Operátor kríženia je genetickom algoritme špecifikovaný pravdepodobnosťou P_{cross} , ktorá určuje, či kríženie sa vykoná alebo nie

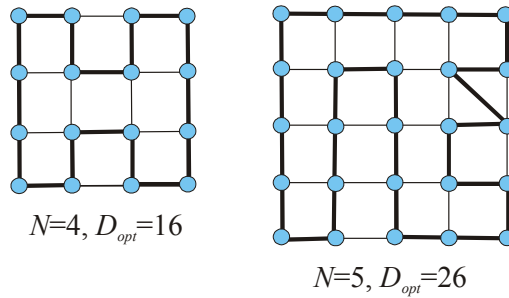
$$O_{cross}(Q_1^{old}, Q_2^{old}) = \begin{cases} \left(\underbrace{(Q_{1,a}^{old}, Q_{2,b}^{old})}_{Q_1^{new}}, \underbrace{(Q_{2,a}^{old}, Q_{1,b}^{old})}_{Q_2^{new}} \right) & (ak\ random \leq P_{cross}) \\ \left(\underbrace{Q_1^{old}}_{Q_1^{new}}, \underbrace{Q_2^{old}}_{Q_2^{new}} \right) & (ak\ random > P_{cross}) \end{cases}$$

kde pôvodné rodičovské chromozómy $Q_1^{old} = (Q_{1,a}^{old}, Q_{1,b}^{old})$ a $Q_2^{old} = (Q_{2,a}^{old}, Q_{2,b}^{old})$ sú rozdelené na dve podčasti (ľavú a pravú) označené a a b .

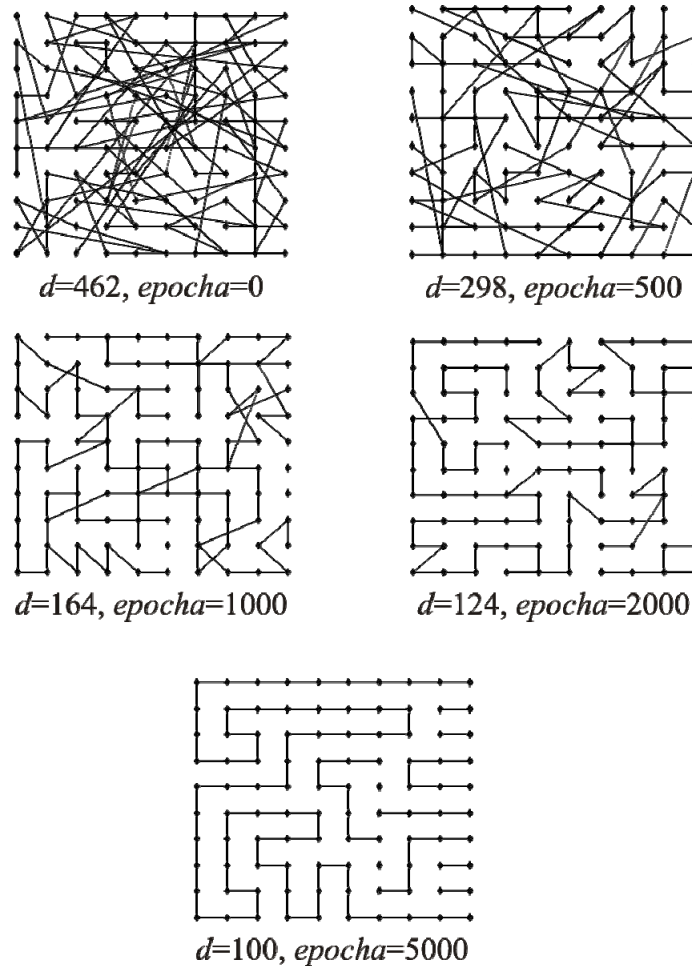


Obr. 6. Ortogonálna mriežka bodov typu $N \times N$, pričom vzdialenosť medzi jednotlivými bodmi sa počíta pomocou metriky L_1 . Na obrázku je znázornená mriežka typu 7×7 , ktorá obsahuje 49 bodov. Hammingova vzdialenosť $D_{\alpha\beta}$ medzi dvoma bodmi s riadkovými-stĺpcovými indexami $\alpha = (5,3)$ a $\beta = (3,6)$ je $|5-3|+|3-6|=5$. Dva susedné body ležiace na rovnakom riadku alebo stĺpci majú jednotkovú vzdialenosť.

V prípade, že chromozómy sú špecifikované ako permutácie, potom výsledné chromozómy $(\tilde{Q}_1, \tilde{Q}_2) = O_{cross}(Q_1^{old}, Q_2^{old})$ už nemusia byť permutácie, čiže operáciou kríženia sa v genetickom algoritme môžeme dostať von z domény prípustných chromozómov. Tento problém je v genetických algoritmoch riešený mnohými rôznymi spôsobmi tak, že chromozómy \tilde{Q}_1 a \tilde{Q}_2 sú opravené na $\tilde{Q}_{1,rep}$ a $\tilde{Q}_{2,rep}$, ktoré už sú permutácie (obvykle sa to robí tak, že indexy, ktoré sa v permutácii \tilde{Q}_1 resp. \tilde{Q}_2 opakujú, sú nahradené indexmi, ktoré sa tam nevyskytujú, napr. chromozóm $\tilde{Q} = (32112)$ je opravený na $\tilde{Q}_{rep} = (32145)$ alebo na $\tilde{Q}_{rep} = (34152)$, atď.).



Obr. 7. Ilustračné príklady optimálnych ciest obchodného cestujúceho na ortogonálnej mriežke typu 4×4 a 5×5.



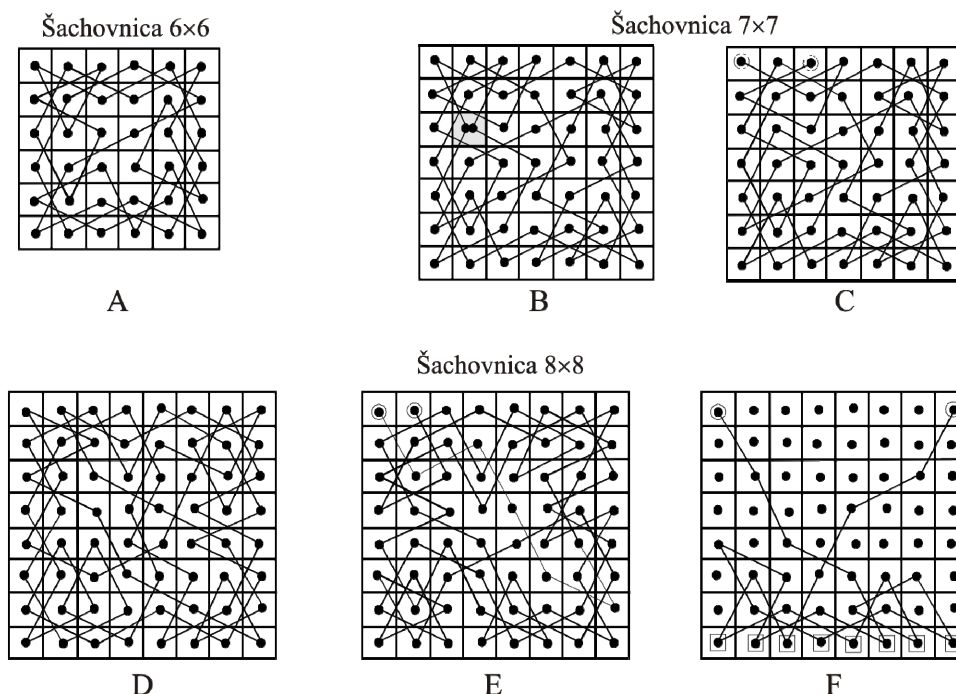
Obr. 8. Znázornenie najlepšieho chromozómu v rôznych epochách genetického algoritmu úlohy obchodného cestujúceho na ortogonálnej mriežke 10×10 s pravdepodobnosťami $P_{mut} = 0.01$ a $P_{cross} = 0.8$. Obrázky možno interpretovať tak, že v priebehu evolúcie z chaosu emerguje vysoko regulárne riešenie, ktoré má optimálnu dĺžku cesty.

Na obr. 6 je znázornená ortogonálna mriežka bodov s metrikou L_1 . Pre tento špeciálny prípad je optimálna vzdialenosť uzavretej cesty obchodného cestujúceho špecifikovaná formulou

$$f_{opt} = \begin{cases} N^2 & (\text{pre párne } N) \\ N^2 + 1 & (\text{pre nepárne } N) \end{cases}$$

Táto formula sa môže jednoducho verifikovať pomocou matematickej indukcie. Na obr. 7 sú uvedené dva jednoduché ilustratívne príklady optimálnej cesty na ortogonálnej mriežke typu 4×4 a 5×5.

Genetický algoritmus pre obchodného cestujúceho na ortogonálnej mriežke 10×10 s L_1 metrikou je ilustrovaný na obr. 8. Populácia P obsahovala 1000 chromozómov, ktoré boli inicializované náhodne generovanými permutáciami 100 objektov (miest). Pravdepodobnosti mutácie a kríženia boli špecifikované $P_{mut} = 0.01$ a $P_{cross} = 0.8$ (to znamená že na každom chromozóme bola vykonaná približne 1 mutácia – inverzia, ktorá prehodila náhodne vybrané indexy $1 \leq i < j \leq 100$, približne 80% krížení bolo vykonaných tak, že chromozómy si vymenili medzi sebou náhodne určené pravej časti, zostávajúcich 20% percent krížení spočívalo v jednoduchom kopírovaní chromozómov bez výmeny ich pravej časti). Z obr. 8 vyplýva, že evolúcia bola zahájená náhodne vygenerovanou populáciou, kde chromozóm s najvyšším fitness má priradenú vzdialenosť 462. Postupom evolúcie najlepšie chromozómy mali priradenú progresívne lepšiu vzdialenosť, v epoche 5000 sa už vyskytol chromozóm, ktorý dosiahol teoretickú minimálnu vzdialenosť cesty 100.



Obr. 9. Rôzne cesty koňa po šachovniciach rozmeru 6×6 (diagram A), 7×7 (diagramy B a C) a 8×8 (diagramy D, E a F). Uzavretá kostrová cesta (obsahujúca všetky políčka šachovnice) existuje len pre šachovnice párneho rozmery (pozri diagramy A a D), pre šachovnice nepárneho rozmery táto uzavretá cesta existuje len vo forme, že jeden vrchol sa opakuje (pozri diagram B). Diagram F reprezentuje otvorenú cestu s predpísaným počiatkovým a konečným políčkom (zakrúžkovaným), ktorá musí navštíviť osem predpísaných políček ležiacich v prvom riadku šachovnice. Diagramy C a E reprezentujú otvorené cesty s predpísaným počiatkovým a konečným (zakrúžkovaným) políčkom.

Druhý ilustračný príklad Hollandovho genetického algoritmu – riešenie úlohy pohybu figúrky koňa po šachovnici [13]

V predchádzajúcom ilustračnom príklade bol prezentovaný problém obchodného cestujúceho, ktorý bol riešený pomocou genetického algoritmu s krížením (sexuálna reprodukcia, kde dvojica chromozómov – rodičov produkuje dvojicu chromozómov – potomkov, pozri diagram A, obr. 4). V druhom ilustračnom príklade budeme riešiť pomocou genetického algoritmu

s asexuálnou reprodukciou (jeden chromozóm - rodič produkuje chromozóm – potomka, pozri diagram B, obr. 4) úlohu konštrukcie najkratšej cesty (uzavretej/otvorenej alebo tvoriacej/netvoriacej kostru) všeobecného súvislého grafu. Všeobecná teória kódovania ciest a ich modifikácia pomocou mutácie – poruchy je prezentovaná v práci [13]. Našu pozornosť sústredíme na aplikáciu jednoduchého „asexuálneho“ genetického algoritmu na konštrukciu uzavretých alebo otvorených ciest pohybu figúrky koňa po šachovniciach rôznej veľkosti (pozri obr. 9). Parametre genetického algoritmu boli: populácia P obsahovala 1000 chromozómov, ktoré boli iniciované náhodne (mohli mať rôznu dĺžku). Pravdepodobnosť mutácie bola $P_{mut} = 0.1$, t. j. daný chromozóm sa zmenil pomocou mutácie s 10% pravdepodobnosťou, v opačnom prípade bol prevzatý do novej populácie ako nezmenený. Výsledky znázornené na obr. 9 boli získané po 10 000 – 15 000 epochách genetického algoritmu.

Zhrnutie

V práci bolo ukázané, že Darwinova evolučná teória vo svojej abstraktnej a najvšeobecnejšej forme môže byť reprezentovaná ako „genetický algoritmus“, v ktorom sú zabudované základné črty darwinizmu. Týmto sa naplnila vízia amerického filozofa a kognitívneho vedca Daniela Dennetta [5], že Darwinova teória je v podstate algoritmus, ktorý je nezávislý od materiálnej realizácie. Evolúcia, chápaná ako algoritmus, môže byť aplikovaná na rôzne systémy, v ktorých sme schopní identifikovať replikátory a ktorých podstata nemusí byť biologická. Dôvod, prečo Dennett zdôrazňoval algoritmickej charakter darwinovskej evolúcie, jej univerzálnosť v nezávislosti na materiálnej realizácii replikátorov, bol ten, že chcel zdôrazniť význam Darwinovej evolúcie k vysvetleniu niektorých fenoménov šírenia kultúry. Pretože sa jedná o abiotickú oblasť aplikácie myšlienok Darwinovej evolúcie, považoval Dennett za potrebné najprv sa vyrovnáť s otázkou jej aplikovateľnosti mimo biologické systémy. „Algoritmizácia“ Darwinovej evolúcie má hlboké dôsledky v umelej inteligencii a kognitívnej vede, kde genetický algoritmus tvorí teoretický základ pre simuláciu evolúcie v multiagentových systémoch, kde tento prístup umožňuje simuláciu a štúdium takých javov, akými sú kooperácia, komunikácia, vznik sociálnych noriem a štruktúr, kolektívna pamäť, a mnohé iné fenomény a koncepcie sociálnych vied. Aplikovateľnosť genetického algoritmu (alebo, vo všeobecnosti, evolučných algoritmov) je o mnoho väčšia, ako tu uvedené možnosti v umelej inteligencii a kognitívnej vede. Menovite, použitie genetického algoritmu ako globálneho optimalizačného prostriedku je v súčasnosti veľmi populárnou súčasťou numerickej matematiky, kde reprezentuje veľmi efektívnu a robustnú optimalizačnú metódu pre hľadanie globálneho minima vysoko multimodálnych problémov [14]. Jeho koncepcná jednoduchosť, robustnosť a malá aplikačno-doménová závislosť, vytvára z genetického algoritmu obľúbený optimalizačný prostriedok medzi prírodovedcami, ktorý nemá len „numerickej“ dimenziu, ale má aj zaujímavé filozoficko-biologické pozadie.

Podakovanie: Táto kapitola vznikla za podpory grantovej agentúry VEGA SR v rámci grantových úloh VG1/0804/08 a VG1/4053/07.

Literatúra

- [1] M. J. Behe: *Darwin's black box*. Simon & Schuster, New York 1996 (existuje český preklad *Darwinova čierná skříňka*, Návrat domů, Praha 2001).

- [2] C. Darwin: *On the Origin of Species by Means of Natural Selection, or the Preservation of Favoured Races in the Struggle for Life*. John Murray, London 1859 (slovenský preklad –*Pôvod druhov*. Kalligram, Bratislava 2006, preložil Cedzo, R.).
- [3] R. Dawkins: „Universal Darwinism“. In D. S. Bendall (ed.): *Evolution from Molecules to Men*. Cambridge University Press, London 1982, pp. 403 -425.
- [4] R. Dawkins: *The Blind Watchmaker*. Penguin Books, London 1988 (existuje český preklad: *Slepý hodinář*. Paseka, Praha 2002).
- [5] D. C. Dennett: *Darwin's Dangerous Idea - Evolution and the Meaning of Life*. Penguin Press, London 1995.
- [6] D. B. Fogel: *Evolutionary Computation. Toward a New Philosophy of Machine Intelligence*. The IEEE Press, New York 1995.
- [7] J. H. Holland: *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. University of Michigan Press, Ann Arbor 1975.
- [8] N. Chomsky: *Aspects of the Theory of Syntax*. MIT Press, Cambridge, MA 1965.
- [9] F. Jacob: *The Possible & The Actual*. Pantheon Books, New York 1982 (existuje český preklad: *Hra s možnostmi*. Karolinum, Praha 1999).
- [10] V. Kvasnička, J. Pospíchal, P. Tiňo: *Evolučné algoritmy*. Vydavateľstvo STU, Bratislava 2000.
- [11] E. Mayr: *Towards a New Philosophy of Biology*. Harvard University Press, Cambridge, MA 1988.
- [12] W. Paley: *Natural Theology*. Oxford University Press, Oxford 2006.
- [13] J. Pospíchal, V. Kvasnička: *Neural Network World* **13** (3), 277 (2003).
- [14] T. Weise: *Global Optimization Algorithms, Theory and Application*. E-kniha dostupná na internetovskej adrese <http://www.it-weise.de/projects/book.pdf>.
- [15] S. Wright: „The Roles of Mutation, Inbreeding, Crossbreeding, and Selection in Evolution“. *Proceedings of The Sixth International Congress of Genetics*, vol. I, 356 (1932). (Táto klasická publikácia evolučnej biológie je dostupná na internetovskej adrese <http://www.blackwellpublishing.com/ridley/classictexts/wright.pdf>).