

Test pre prijimacie pohovory z matematiky

26. 04. 2024, 13:00 hod.

skupina C

1. (3b) Ktoré z nasledovných tvrdení sú pravdivé?

- a) $\log_{0.2} 2 > -\log_2 0.2$
- b) $\log_{0.2} 2 < -\log_2 0.2$
- c) $\log_2 2 = \log_{0.2} 0.2$

Riešenie:	Vypíš zoznam tvrdení podľa zadania príkladu: b) c)
-----------	---

2. (3b) Ktoré z nasledovných výrazov sú väčšie ako 1?

- a) $\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{-2}{3}}$
- b) $\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{2}{3}}$
- c) $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{-3}{2}}$

Riešenie:	Vypíš zoznam tvrdení podľa zadania príkladu: b) c)
-----------	---

3. (5b) Nájdite definičný obor funkcie f .

$$f: y = \frac{x+1}{2-\sqrt{9-x^2}}$$

Riešenie:	$D(f) = [-3, -\sqrt{5}) \cup (-\sqrt{5}, \sqrt{5}) \cup (\sqrt{5}, 3]$
-----------	--

4. (3b) Pre aké hodnoty a nasledujúca nerovnosť platí?

$$a^{\frac{5}{2}} > a^{\frac{-5}{2}}$$

Riešenie:	Nerovnosť platí pre: $a > 1$
-----------	---

5. (2b) Pre akú hodnotu parametra $t \in \mathbb{R}$ bude bod $A = [-1, 6]$ ležať na priamke

$$p: x = 3 + 2t; y = 4 - t?$$

Riešenie:	$t = -2$
-----------	----------------------------

6. (5b) Ktorá parabola má vrchol v bode $A = [-2, 3]$ a aké sú súradnice jej priesečníkov s osami \vec{x} a \vec{y} ?

- a) $p: y = -x^2 + 3x + 1$
- b) $p: y = -x^2 - 4x - 1$
- c) $p: y = x^2 + 2x - 5$

<i>Riešenie:</i>	<p>Správna parabola je možnosť b)</p> <p>Priesečník s osou \bar{y} má súradnice $[0, -1]$.</p> <p>Priesečníky s osou \bar{x} majú súradnice $[-2 - \sqrt{3}, 0]$ a $[-2 + \sqrt{3}, 0]$</p>
------------------	---

7. **(4b)** Určte obor riešiteľnosti na množine \mathbb{N} a na tomto obore riešte rovnicu

$$-2 \frac{(n-1)!}{(n-3)!} + \frac{(n+2)!}{(n-1)!} = 18.$$

<i>Riešenie:</i>	<p>OR: $n \geq 3$ alebo $OR = \{n \in \mathbb{N}, n \geq 3\}$</p> <p>Riešením rovnice je číslo: $n = 4$ a $n = 5$.</p>
------------------	--

8. **(5b)** Určte obor riešiteľnosti a na tejto množine sčítajte zlomky a zjednodušte výsledný výraz do tvaru jedného zlomku, ktorého čitateľom je číslo.

$$\frac{3+2x}{4+x} - \frac{2-3x}{4-x} + \frac{x \cdot (x+15)}{x^2-16}$$

<i>Riešenie:</i>	<p>OR: $x \neq 4, x \neq -4$</p> <p>alebo</p> <p>OR = $\mathbb{R} - \{-4, 4\}$</p>	<p>Výraz po úprave: $\frac{-4}{x^2-16}$</p>
------------------	---	--

9. **(6b)** Nájdite všetky reálne korene polynómu $x^3 + 6x^2 - x - 30$, ak viete, že jeden z jeho koreňov je $x = -3$.

<i>Riešenie:</i>	Korene polynómu sú: $x = -5, x = -3, x = 2$
------------------	---

10. **(6b)** Uveďte podmienky riešiteľnosti a na tejto množine zjednodušte výraz do tvaru, ktorý bude obsahovať maximálne päť znakov (premenná / operátor / číslica / zlomková čiara).

$$\left(\frac{x-y}{x^2+xy} - \frac{x}{y^2+xy} \right) : \left(\frac{y^2}{x^3-xy^2} + \frac{1}{x+y} \right)$$

<i>Riešenie:</i>	<p>OR: $\{x \neq 0, y \neq 0, x \neq -y, x \neq +y\}$</p>	<p>Výraz po úprave: $\frac{y-x}{y}$</p>
------------------	--	--

11. (7b) Uved'te podmienky riešiteľnosti a nájdite všetky riešenia nerovnice:

$$\frac{6x-12}{x^2-x-2} > 1$$

<i>Riešenie:</i>	<p><i>OR</i>: $x \neq -1, x \neq 2$</p> <p>alebo</p> <p><i>OR</i> = $\mathbb{R} - \{-1, 2\}$</p>	<p>$K = (-1, 2) \cup (2, 5)$</p> <p>alebo</p> <p>$K = (-1, 5) - \{2\}$</p>
------------------	---	---

12. (7b) Uved'te podmienky riešiteľnosti a nájdite všetky riešenia rovnice:

$$\frac{2x}{x+3} - \frac{x}{x^2-x-12} + 3 = \frac{2x-4}{x-4}$$

<i>Riešenie:</i>	<p><i>OR</i>: $x \neq -3, x \neq 4$</p> <p>alebo</p> <p><i>OR</i> = $\mathbb{R} - \{-3, 4\}$</p>	<p>$K = \left\{6, -\frac{4}{3}\right\}$</p>
------------------	---	--

13. (5b) Na množine reálnych čísel nájdite všetky riešenia rovnice:

$$\log_{3x}(2x^2 + 11x - 24) = 1$$

<i>Riešenie:</i>	<p><i>Pomocný výsledok</i>: $OR = \left(\frac{-11 + \sqrt{313}}{4}, \infty\right) = (1.67295, \infty)$</p> <p>Boduje sa $K = \{2\}$</p>	
------------------	--	--

14. (5b) Uved'te podmienky riešiteľnosti a nájdite všetky riešenia rovnice:

$$2 \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \sqrt{2}$$

<i>Riešenie:</i>	<p><i>OR</i> = \mathbb{R}</p>	<p>$K = \left\{x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi; x = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$</p>
------------------	--	--

15. (5b) Ktoré z nasledujúcich tvrdení o funkcii $f: y = \frac{4-x}{x^2-3x-4}$ je/sú pravdivé?

Uved'te všetky (označením písmen a) – e) :

- a) definičnou oblasťou je množina $D(f) = \mathbb{R} - \{-1\}$
- b) funkcia nie je zdola ohraničená
- c) inverzná funkcia je rastúca na celom definičnom obore
- d) je klesajúca na celom definičnom obore
- e) oblasťou hodnôt je množina $H(f) = \mathbb{R} - \{0\}$

<i>Riešenie:</i>	<p>Vypíš zoznam tvrdení podľa zadania príkladu: a), b), e)</p>	
------------------	---	--

16. (5b) Nájdiť priesečník/y kružnice danej stredom $S = [4, -1]$ s polomerom $r = 3$ a priamkou p danou bodmi $A = [3, 1]$ a $B = [-2, -4]$. Uveďte rovnicu kružnice v stredovom aj vo všeobecnom tvare a rovnicu priamky vo všeobecnom tvare.

<i>Riešenie:</i>	<p>Kružnica vo všeobecnom tvare $k: x^2 - 8x + y^2 + 2y + 8 = 0$.</p> <p>Kružnica v stredovom tvare $k: (x - 4)^2 + (y + 1)^2 = 9$.</p> <p>Priamka vo všeobecnom tvare: $p: -x + y + 2 = 0$</p> <p>Priesečníky priamky p s kružnicou k sú bod/body: $[4, 2]$ a $[1, -1]$.</p>
------------------	--

17. (7b) Riešte systém rovníc na množine $\mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}$:

$$\begin{aligned} +2x - y + z &= 7 \\ +3x - y + 2z &= 10 \\ 2x - y &= 6 \end{aligned}$$

<i>Riešenie:</i>	<p>Riešením systému rovníc je: $K = \{[x, y, z] \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}, [x, y, z] = [2, -2, 1]\}$</p> <p>alebo</p> <p>$K = \{[x, y, z] \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}; x = 2, y = -2, z = 1\}$</p>
------------------	---

18. (5b) Zistite hodnotu prvého člena, diferenciu aritmetickej postupnosti a tiež súčet prvých siedmich členov ak platí:

$$\begin{aligned} 3a_2 + 2a_4 &= 43 \\ 4a_1 - a_5 &= 7 \end{aligned}$$

<i>Riešenie:</i>	<p>Prvý člen $a_1 = 5$</p> <p>Diferencia $d = 2$</p> <p>Súčet prvých siedmich členov $\sum_{i=1}^7 a_i = 77$</p>
------------------	---

19. (5b) Vo výrokovej logike., ak použijete predikáty: Cx - x je človek Vx - x je vec, D - človek daruje človeku vec, \exists - existuje, \forall každý/všetko, nájdite správny preklad výroku: $(\exists xyz)((C(x) \wedge C(y) \wedge V(z)) \wedge D(xyz))$

- Niektor nedal niekomu niečo
- Niektor dal niekmu niečo
- Každý dal niekomu niečo
- Niektor dal každému niečo

<i>Riešenie:</i>	Vypíš zoznam tvrdení podľa zadania príkladu: b)
------------------	--

20. (7b) Napíšte negáciu nasledujúceho zloženého výroku použitím pravidiel pre negácie elementárnych výrokov tak, aby výsledok obsahoval len A , B , C a operátory \wedge , \vee , \neg . Zistite jej pravdivostnú hodnotu, ak výroky A a B sú pravdivé a výrok C je nepravdivý.

$$(A \wedge (B \vee \neg C)) \Leftrightarrow \neg(A \wedge C)$$

<i>Riešenie:</i>	<p>Negácia zloženého výroku má tvar: $(A \wedge B) \vee (A \wedge \neg C) \vee (B \wedge C) \vee (C \wedge \neg A)$ <i>Akceptované sú aj iné logicky správne vyjadrenia negácie</i></p> <p>Pravdivostná hodnota negácie ak A a B sú pravdivé a výrok C je nepravdivý je: pravda</p>
------------------	--