
Test pre prijimacie pohovory z matematiky

09. 02. 2024, 13:00 hod.

skupina A

1. (3b) Ktoré z nasledovných tvrdení sú pravdivé?

- a) $\log_3 0,5 > \log_3 0,8$
- b) $\log_{0,3} 5 > \log_{0,3} 8$
- c) $\log_{0,3} 0,5 < \log_{0,3} 0,8$

<i>Riešenie:</i>	Vypíš zoznam tvrdení podľa zadania príkladu: b)
------------------	--

2. (3b) Ktoré z nasledovných výrazov sú väčšie ako 1?

- a) $\left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{4}{3}}$
- b) $\left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{5}{2}}$
- c) $\left(\frac{6}{5}\right)^{\frac{1}{2}}$

<i>Riešenie:</i>	Vypíš zoznam tvrdení podľa zadania príkladu: c)
------------------	--

3. (5b) Nájdite definičný obor funkcie f .

$$f: y = \frac{x+2}{\log_2(2-x^2)}$$

<i>Riešenie:</i>	$D(f) = (-\sqrt{2}, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, \sqrt{2})$
------------------	--

4. (3b) Pre aké hodnoty a nasledujúca nerovnosť platí?

$$a^{\frac{4}{6}} < a^{\frac{4}{8}}$$

<i>Riešenie:</i>	Nerovnosť platí pre: $0 < a < 1$
------------------	----------------------------------

5. (2b) Pre akú hodnotu parametra p bude bod $A = [-2, 1]$ ležať na priamke $y = 3p + 4x + 2$?

<i>Riešenie:</i>	$p = \frac{7}{3}$
------------------	-------------------

6. (5b) Vypočítajte súradnice vrcholu paraboly p a súradnice jej priesečníkov s osami \vec{x} a \vec{y} , ak

$$p: y = -2x^2 + 6x - 4$$

<i>Riešenie:</i>	<p>Vrchol paraboly má súradnice $V = \left[\frac{3}{2}; \frac{1}{2} \right]$.</p> <p>Priesečník s osou \vec{y} má súradnice $C = [0; -4]$.</p> <p>Priesečníky s osou \vec{x} majú súradnice $A = [1; 0]$ a $B = [2; 0]$.</p>
------------------	---

7. (4b) Ak prirodzené číslo n zmenšíme o dve, dostaneme 55 kombinácií druhej triedy bez opakovania. Nájdite všetky prirodzené čísla vyhovujúce tejto podmienke.

<i>Riešenie:</i>	Podmienke vyhovuje / vyhovujú číslo / čísla : $n = 13$
------------------	--

8. (5b) Určte obor riešiteľnosti a na tejto množine sčítajte zlomky a zjednodušte výsledný výraz do tvaru jedného zlomku, ktorého čitateľom je číslo.

$$\frac{3+2x}{2-x} - \frac{2-3x}{2+x} + \frac{x \cdot (16-x)}{x^2-4}$$

<i>Riešenie:</i>	<p>OR: $x \neq 2, x \neq -2$</p> <p>alebo</p> <p>OR = $\mathbb{R} - \{2, -2\}$</p>	Výraz po úprave: $\frac{1}{x+2}$
------------------	---	----------------------------------

9. (5b) Určte obor riešiteľnosti a daný výraz na tejto množine zjednodušte tak, že v čitateli bude číslo a v menovateli budú maximálne tri znaky (premenná / operátor / číslica).

$$\left(\frac{1+x}{x} \right) \cdot \left(\frac{2}{1+x} + \frac{1-x}{x^2-1} \right)$$

$$\frac{3+2x}{2-x} - \frac{2-3x}{2+x} + \frac{x \cdot (16-x)}{x^2-4}$$

<i>Riešenie:</i>	<p>OR: $x \neq 1, x \neq -1, x \neq 0,$</p> <p>alebo</p> <p>OR = $\mathbb{R} - \{0, 1, -1\}$</p>	Výraz po úprave: $\frac{1}{x}$
------------------	---	--------------------------------

10. (5b) Určte obor riešiteľnosti a na tejto množine zjednodušte zložený zlomok do tvaru jednoduchého zlomku, kde v čitateli aj v menovateli budú maximálne tri znaky (premenná / operátor / číslica).

$$\frac{\frac{b}{b-1} + \frac{b+1}{b}}{\frac{b}{1+b} + \frac{b-1}{b}}$$

<i>Riešenie:</i>	<p>OR: $b \neq 1, b \neq -1, b \neq 0,$</p> <p>alebo</p> <p>OR = $\mathbb{R} - \{0, 1, -1\}$</p>	Výraz po úprave: $\frac{1+b}{b-1}$
------------------	---	------------------------------------

11. (7b) Uveďte podmienky riešiteľnosti a nájdite všetky riešenia nerovnice:

$$\frac{9x-18}{x^2-x-2} > 2$$

<i>Riešenie:</i>	<p><i>OR</i>: $x \neq -1, x \neq 2$</p> <p>alebo</p> <p><i>OR</i> = $\mathbb{R} - \{-1, 2\}$</p>	<p>$K = (-1, 2) \cup \left(2, \frac{7}{2}\right)$</p> <p>alebo</p> <p>$K = \left(-1, \frac{7}{2}\right) - \{2\}$</p>
------------------	---	---

12. (7b) Uveďte podmienky riešiteľnosti a nájdite všetky riešenia rovnice:

$$\frac{2x}{x+3} - \frac{x}{x^2-x-12} + 3 = \frac{2x-4}{x-4}$$

<i>Riešenie:</i>	<p><i>OR</i>: $x \neq -3, x \neq 4$</p> <p>alebo</p> <p><i>OR</i> = $\mathbb{R} - \{-3, 4\}$</p>	<p>$K = \left\{6, -\frac{4}{3}\right\}$</p>
------------------	---	--

13. (5b) Na množine reálnych čísel nájdite všetky riešenia rovnice:

$$\log_{2x} x^2 + 7x - 6 = 1$$

<i>Riešenie:</i>	<p><i>Pomocný výsledok</i>: $OR = \left(\frac{-7 + \sqrt{73}}{2}, \infty\right) = (0.772, \infty)$</p> <p>Boduje sa $K = \{1\}$</p>	
------------------	--	--

14. (5b) Uveďte podmienky riešiteľnosti a nájdite všetky riešenia rovnice:

$$2 \sin\left(x - \frac{3}{2}\pi\right) = 1$$

<i>Riešenie:</i>	<p><i>OR</i> = \mathbb{R}</p>	<p>$K = \left\{x = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi; x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$</p> <p>alebo</p> <p>$K = \left\{x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi; x = \frac{5}{3}\pi + 2(k-1)\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$</p>
------------------	--	---

15. (5b) Ktoré z nasledujúcich tvrdení o funkcii $f: y = \frac{3x+2}{4x-3}$ je/sú nepravdivé?

Uveďte všetky (označením písmen a) – e):

- a) definičnou oblasťou je množina $D(f) = \mathbb{R} - \{3/4\}$

- b) funkcia nie je zdola ohraničená
- c) inverzná funkcia je rastúca
- d) je klesajúca na celom definičnom obore
- e) oblasťou hodnôt je množina $H(f) = \mathcal{R} - \{-1/2\}$

<i>Riešenie:</i>	Vypíš zoznam tvrdení podľa zadania príkladu: c), d), e)
------------------	--

16. (7b) Nájdite stred a polomer kružnice (všetkých kružníc), ktorá/ktoré sa dotýka/dotýkajú oboch súradnicových osí a prechádza/prechádzajú bodom $A[-3; -6]$.

<i>Riešenie:</i>	<p>Kružnica k_1: stred $S_1 = [-3, -3]$, polomer $r_1 = 3$.</p> <p>Kružnica k_2: stred $S_2 = [-15, -15]$, polomer $r_2 = 15$.</p> <p>Prípadné ďalšie riešenia: -</p>
------------------	---

17. (5b) Riešte systém rovníc na množine $R \times R$:

$$3x - 4y + 24 = 0$$

$$5x - 2y + 26 = 0$$

<i>Riešenie:</i>	<p>Riešením systému rovníc je: $K = \{[x, y] \in R \times R, [x, y] = [-4, 3]\}$</p> <p>alebo</p> <p>$K = \{[x, y] \in R \times R; x = -4, y = 3\}$</p>
------------------	--

18. (5b) Zistite hodnotu prvého člena, diferenciu aritmetickej postupnosti a tiež súčet členov a_2 a a_6 ak platí:

$$4a_1 - a_4 = 3$$

$$2a_3 - a_5 = 3$$

<i>Riešenie:</i>	<p>Prvý člen $a_1 = 3$</p> <p>Diferencia $d = 2$</p> <p>Súčet $a_2 + a_6 = 18$</p>
------------------	---

19. (7b) K výroku: "Niečo zjedlo Paľa." priradte správny preklad vo výrokovej logike., ak použijete predikáty: Zxy - x zjedlo y , Ox - x je ovca, p - Paľa, \exists - existuje

- a) $(\exists x)(Ox \wedge Zxp)$
- b) $(\exists x)Zpx$
- c) $(\exists x)(Ox \wedge Zpx)$
- d) $(\exists x)Zxp$

<i>Riešenie:</i>	Vypíš zoznam tvrdení podľa zadania príkladu: d)
------------------	--

- 20. (7b)** Napíšte negáciu nasledujúceho zloženého výroku použitím pravidiel pre negácie elementárnych výrokov tak, aby výsledok obsahoval len A, B, C a operátory \wedge, \vee, \neg . Zistite jej pravdivostnú hodnotu, ak výroky A a B sú nepravdivé a výrok C je pravdivý.

$$(A \vee B) \Leftrightarrow \neg(A \vee C)$$

<i>Riešenie:</i>	<p>Negácia zloženého výroku má tvar: $A \vee (B \wedge C) \vee (\neg B \wedge \neg C)$</p> <p><i>Akceptované sú aj iné logicky správne vyjadrenia negácie</i></p> <p>Pravdivostná hodnota negácie ak A a B sú nepravdivé a výrok C je pravdivý je: nepravda</p>
------------------	--