
Test pre prijimacie pohovory z matematiky

14.2.2025, 10.00 hod.

skupina A

1. (3b) Ktoré z nasledovných tvrdení sú pravdivé?

- a) $\log_{0,5} 2 < -\log_5 0,2$
- b) $\log_{0,5} 0,5 < \log_5 0,2$
- c) $\log_{0,5} 2 > \log_2 2$

Riešenie:	Vypíš zoznam tvrdení podľa zadania príkladu: a)
-----------	--

2. (3b) Ktoré z nasledovných výrazov sú väčšie ako 1?

- a) $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{3}}$
- b) $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{-2}{3}}$
- c) $\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{-1}{3}}$

Riešenie:	Vypíš zoznam tvrdení podľa zadania príkladu: b)
-----------	--

3. (5b) Nájdite definičný obor funkcie f .

$$f: y = \frac{x-1}{\sqrt{25-x^2}-4}$$

Riešenie:	$D(f) = [-5, -3) \cup (-3, 3) \cup (3, 5]$
-----------	--

4. (3b) Pre aké hodnoty k nasledujúca nerovnosť platí?

$$\left(\frac{3}{2}\right)^k > \left(\frac{5}{2}\right)^k$$

Riešenie:	Nerovnosť platí pre: $k < 0$
-----------	------------------------------

5. (2b) Pre akú hodnotu parametra t bude bod $A = [-2, 5]$ ležať na priamke

$$p: x = 2 - t; y = -3 + 2t?$$

Riešenie:	$t = 4$
-----------	---------

6. (4b) Ktorá parabola má vrchol v bode $A = [1, 0]$ a aké sú súradnice jej priesečníkov s osami \vec{x} a \vec{y} ?

a) $p: y = -x^2 + 4x - 3$

b) $p: y = x^2 - 2x + 1$

c) $p: y = 2x^2 - 5x + 3$

<i>Riešenie:</i>	<p>b)</p> <p>Priesečník s osou \vec{y} má súradnice $C = [0; 1]$.</p> <p>Priesečník s osou \vec{x} má súradnice $A = [1; 0]$.</p>
------------------	---

7. (4b) Zistite podmienky riešiteľnosti a riešte rovnicu $\frac{(x+2)!}{x!} + \frac{(x+1)!}{(x-1)!} = 50$.

<i>Riešenie:</i>	Podmienka riešiteľnosti $x \geq 1$ rovnici vyhovuje číslo /čísla : $x = 4$
------------------	--

8. (5b) Určte obor riešiteľnosti a na tejto množine sčítajte zlomky a zjednodušte výsledný výraz do tvaru jedného zlomku, ktorého čitateľom je číslo.

$$\frac{1+2x}{4+x} + \frac{2-x}{4-x} - \frac{x \cdot (3x-5)}{x^2-16}$$

<i>Riešenie:</i>	<p>OR: $x \neq 4, x \neq -4$</p> <p>alebo</p> <p>OR = $\mathbb{R} - \{-4, 4\}$</p>	Výraz po úprave: $\frac{-12}{x^2-16}$
------------------	---	---------------------------------------

9. (7b) Vydeľte polynómy a nájdite všetky korene polynómu piateho stupňa, ak viete, že jeden z koreňov jeho deliteľa je $x = -2$. Korene zapíšte ako usporiadanú množinu hodnôt

$$(2x^5 - 7x^4 - 15x^3 + 40x^2 + 28x - 48) : (x^3 - 3x^2 - 6x + 8)$$

<i>Riešenie:</i>	$2x^2 - x - 6$	Korene sú $\left\{-2, -\frac{3}{2}, 1, 2, 4\right\}$
------------------	----------------	--

10. (5b) Určte obor riešiteľnosti a na tejto množine zjednodušte zložený zlomok do tvaru jednoduchého zlomku, kde v čitateli aj v menovateli budú maximálne tri znaky (premenná / operátor / číslica).

$$\frac{\frac{a}{a-3} + \frac{a+1}{a}}{\frac{a-3}{a} + \frac{a}{a+1}}$$

<i>Riešenie:</i>	$OR: \left\{ a \neq -1, a \neq 0, a \neq \frac{1}{2}(1-\sqrt{7}), a \neq \frac{1}{2}(1+\sqrt{7}), a \neq 3 \right\}$ <p><i>alebo</i></p> $OR = \mathbb{R} - \left\{ -1, 0, \frac{1}{2}(1-\sqrt{7}), \frac{1}{2}(1+\sqrt{7}), 3 \right\}$	Výraz po úprave: $\frac{1+a}{a-3}$
------------------	--	---------------------------------------

11. (6b) Uveďte podmienky riešiteľnosti a nájdite všetky riešenia nerovnice:

$$\frac{4x+32}{x^2+2x-48} > 1$$

<i>Riešenie:</i>	$OR: x \neq -8, x \neq 6$ <p><i>alebo</i></p> $OR = \mathbb{R} - \{-8, 6\}$	$K = (6, 10)$
------------------	---	---------------

12. (7b) Uveďte podmienky riešiteľnosti a nájdite všetky riešenia rovnice:

$$\frac{2x}{x+3} - \frac{x}{x^2-x-12} + 3 = \frac{2x-4}{x-4}$$

<i>Riešenie:</i>	$OR: x \neq -3, x \neq 4$ <p><i>alebo</i></p> $OR = \mathbb{R} - \{-3, 4\}$	$K = \left\{ 6, -\frac{4}{3} \right\}$
------------------	---	--

13. (5b) Na množine reálnych čísel nájdite všetky riešenia rovnice:

$$\log_x x^2 + 5x - 32 = 1$$

<i>Riešenie:</i>	<p><i>Pomocný výsledok:</i> $OR = \left(\frac{-5+3\sqrt{17}}{2}, \infty \right) = (3.685, \infty)$</p> <p><i>Boduje sa</i> $K = \{4\}$</p>
------------------	---

14. (5b) Uveďte podmienky riešiteľnosti a nájdite všetky riešenia rovnice $\langle -\pi, \pi \rangle$:

$$2 \cos\left(x + \frac{5}{2}\pi\right) = \sqrt{3}$$

<i>Riešenie:</i>	$OR = \mathbb{R}$ <p><i>alebo (podľa interpretácie)</i></p> $OR = \langle -\pi, \pi \rangle$	$K = \left\{ -\frac{2\pi}{3}, -\frac{\pi}{3} \right\}$
------------------	--	--

15. (5b) Ktoré z nasledujúcich tvrdení o funkcii $f: y = \frac{-2-x}{x^2-x-6}$ je/sú nepravdivé?

Uved'te všetky (označením písmen a) – e)):

- a) definičnou oblasťou je množina $D(f) = \mathbb{R} - \{3\}$
- b) funkcia je zdola ohraničená
- c) inverzná funkcia je rastúca
- d) je rastúca na celom definičnom obore
- e) oblasťou hodnôt je množina $H(f) = \mathbb{R} - \{0\}$

<i>Riešenie:</i>	Vypíš zoznam tvrdení podľa zadania príkladu: a), b), d)
------------------	--

16. (8b) Nájdite priesečník/y kružnice danej stredom $S[1;3]$ s polomerom $r = 2$ a priamkou p danou bodmi $A[-2;2]$ a $B[2;6]$. Uved'te rovnicu kružnice aj priamky vo všeobecnom tvare.

<i>Riešenie:</i>	Kružnica $k: x^2 - 2x + y^2 - 6y + 6 = 0$. Priamka $p: -4x + 4y - 16 = 0$ alebo $p: -x + y - 4 = 0$ Priesečníky - $P = [-1, 3]$ $Q = [1, 5]$
------------------	---

17. (5b) Riešte systém rovníc na množine $\mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}$:

$$2x - 3y = 8$$

$$x - 2z = 7$$

$$2x - 2y + z = 3$$

<i>Riešenie:</i>	Riešením systému rovníc je: $K = \{[x, y, z] \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}, [x, y, z] = [1, -2, -3]\}$ alebo $K = \{[x, y, z] \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}; x = 1, y = -2, z = -3\}$
------------------	--

18. (5b) Zistite hodnotu prvého člena, diferenciu aritmetickej postupnosti a tiež súčet a rozsah prvých siedmich členov ak platí:

$$-a_2 + 2a_4 = 22$$

$$a_1 - 2a_5 = -34$$

<i>Riešenie:</i>	Prvý člen $a_1 = 2$ Diferencia $d = 4$
------------------	---

	Súčet $\sum_{i=1}^7 a_i = 98$ a rozsah $ a_1 - a_7 = 24$
--	---

19. (7b) Vo výrokovej logike., ak použijete predikáty: Cx - x je človek Vx - x je vec, D - človek daruje človeku vec, \exists - existuje, \forall každý/všetko, nájdite správny preklad výroku: $(\forall xyz)((C(x) \wedge C(y) \wedge V(z)) \wedge D(xyz))$

- a) Každý nedal niekomu niečo
- b) Každý dal každému všetko
- c) Každý dal niekomu všetko
- d) Nieкто dal niekomu niečo

<i>Riešenie:</i>	Vypíš zoznam tvrdení podľa zadania príkladu: b)
------------------	--

20. (6b) Napíšte negáciu nasledujúceho zloženého výroku použitím pravidiel pre negácie elementárnych výrokov tak, aby výsledok obsahoval len A, B, C a operátory \wedge, \vee, \neg

Zistite jej pravdivostnú hodnotu, ak výroky A a B sú nepravdivé a výrok C je pravdivý.

$$(A \vee B) \Leftrightarrow \neg(A \vee C)$$

<i>Riešenie:</i>	Negácia zloženého výroku má tvar: $A \vee (B \wedge C) \vee (\neg B \wedge \neg C)$ <i>Akceptované sú aj iné logicky správne vyjadrenia negácie, ktoré obsahujú len logické spojky \wedge, \vee, \neg</i> Pravdivostná hodnota negácie ak A a B sú nepravdivé a výrok C je pravdivý je: nepravda
------------------	--