Test pre prijímacie pohovory z matematiky

14. 02. 2025, 13:00 hod. *Skupina B*

1. **(3b)** Ktoré z nasledovných tvrdení sú pravdivé?

a) $\log_{0.25} 4 = \log_4 0.25$

b) $\log_{0,5} 2 < -\log_5 0.2$

c) $-\log_{0,5} 0,5 > \log_5 5$

Riešenie:	Vypíš zoznam tvrdení podľa zadania príkladu: ***a)*** ***b)***

2. **(3b)** Ktoré z nasledovných výrazov sú väčšie ako 1?

a) $\left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{-4}{3}}$ b) $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{-2}{3}}$ c) $\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{3}{4}}$

Riešenie:	Vypíš zoznam tvrdení podľa zadania príkladu: **b*),*** ***c)***

3. **(5b)** Nájdite definičný obor funkcie f.

$$f:\ y=\frac{x}{\sqrt{x^2-4x+4}-1}$$

Riešenie:	$D(f)=(-\infty,1)\cup(1,3)\cup(3,\infty)$ alebo $D(f)=R-\{1,3\}$

4. **(3b)** Pre aké hodnoty z nasledujúca nerovnosť platí?

$$\left(\frac{2}{5}\right)^z<\left(\frac{5}{2}\right)^z$$

Riešenie:	Nerovnosť platí pre: $z>0$

5. **(2b)** Pre akú hodnotu parametra ***t*** bude bod $A=[-3,-1]$ ležať na priamke $p: x=5+2t;\ y=3+t$?

Riešenie:	$t=-4$

6. **(4b)** Ktorá parabola má vrchol v bode $A=[2,1]$ a aké sú súradnice jej priesečníkov s osami $\vec{x}$ a $\vec{y}$?

d) $p: y=-x^2+4x-3$

e) $p: y = x^2 - 2x + 1$

f) $p: y = 2x^2 - 5x + 3$

Riešenie:	**a)** Priesečník s osou $\vec{y}$ má súradnice $C = [0\,;-3]$. Priesečníky s osou $\vec{x}$ majú súradnice $A = [1\,;\,0]$ .a $A = [3\,;\,0]$

7. **(4b)** Zistite podmienky riešiteľnosti a riešte rovnicu $\dfrac{(x+2)!}{x!} + \dfrac{(x+1)!}{(x-1)!} = 32$.

Riešenie:	Podmienka riešiteľnosti $x \geq 1$ rovnici vyhovuje číslo /čísla : $x = 3$

8. **(5b)** Určte obor riešiteľnosti a na tejto množine sčítajte zlomky a zjednodušte výsledný výraz do tvaru jedného zlomku, ktorého čitateľom je číslo.

$$\frac{1-2x}{4+x} + \frac{2+x}{4-x} + \frac{3x.\,(x-1)}{x^2-16}$$

Riešenie:	$OR: x \neq 4,\quad x \neq -4$ ***alebo*** $OR = \mathbb{R} - \{-4, 4\}$	Výraz po úprave: $\dfrac{-12}{x^2-16}$

9. **(7b)** Vydeľte polynómy a nájdite všetky korene polynómu piateho stupňa, ak viete, že jeden z koreňov jeho deliteľa je $x = -2$. Korene zapíšte ako usporiadanú množinu hodnôt

$$\left(3x^5 + x^4 - 35x^3 - 5x^2 + 72x - 36\right) : \left(x^3 - 2x^2 - 5x + 6\right)$$

Riešenie:	$3x^2 + 7x - 6$	Korene sú $\left\{-3, -2, \dfrac{2}{3}, 1, 3\right\}$

10. **(5b)** Určte obor riešiteľnosti a na tejto množine zjednodušte zložený zlomok do tvaru jednoduchého zlomku, kde v čitateli aj v menovateli budú maximálne tri znaky (premenná / operátor / číslica).

$$\frac{\dfrac{a}{a-1} + \dfrac{a+4}{a}}{\dfrac{a-1}{a} + \dfrac{a}{a+4}}$$

Riešenie:	$OR: \left\{a \neq -4, a \neq 0, a \neq \dfrac{1}{4}\left(3 - \sqrt{41}\right), a \neq \dfrac{1}{4}\left(3 + \sqrt{41}\right), a \neq 1\right\}$ ***alebo***	Výraz po úprave: $\dfrac{a+4}{a-1}$

	$OR = R - \left\{-4, 0, \frac{1}{4}\left(3-\sqrt{41}\right), \frac{1}{4}\left(3+\sqrt{41}\right), 1\right\}$	

11. **(6b)** Uveďte podmienky riešiteľnosti a nájdite všetky riešenia nerovnice:

$$\frac{3x+27}{x^2+7x-18} > 1$$

Riešenie:	$OR: x \neq -9, \quad x \neq 2$ ***alebo*** $OR = \mathbb{R} - \{-9, 2\}$	$K = (2, 5)$

12. **(7b)** Uveďte podmienky riešiteľnosti a nájdite všetky riešenia rovnice:

$$\frac{2x}{x+3} - \frac{x}{x^2-x-12} + 3 = \frac{2x-4}{x-4}$$

Riešenie:	$OR: x \neq -3, \quad x \neq 4$ ***alebo*** $OR = \mathbb{R} - \{-3, 4\}$	$K = \left\{6, \ -\frac{4}{3}\right\}$

13. **(5b)** Na množine reálnych čísel nájdite všetky riešenia rovnice:

$$\log_x 2x^2 + 7x - 20 = 1$$

Riešenie:	*Pomocný výsledok :* $OR = \left(\frac{-7+\sqrt{209}}{4}, \infty\right) = (1.864, \infty)$ ***Boduje sa*** $K = \{2\}$

14. **(5b)** Uveďte podmienky riešiteľnosti a nájdite všetky riešenia rovnice na intervale : $\langle -\pi, \pi \rangle$

$$2\cos\left(x - \frac{1}{2}\pi\right) = -1$$

Riešenie:	$OR = \mathbb{R}$ *alebo (podľa interpretácie)* $OR = \langle -\pi, \pi \rangle$	$K = \left\{x = -\frac{5\pi}{6}; \ x = -\frac{\pi}{6}\right\}$

15. **(5b)** Ktoré z nasledujúcich tvrdení o funkcii $f: y = \dfrac{-(3-x)}{x^2-x-6}$ je/sú nepravdivé? Uveďte všetky (označením písmen a) – e)):

a) definičnou oblasťou je množina $D(f) = \mathcal{R} - \{3\}$
b) funkcia nie je zdola ohraničená
c) inverzná funkcia je rastúca
d) je klesajúca na celom definičnom obore
e) oblasťou hodnôt je množina $H(f) = \mathcal{R} - \{0\}$

Riešenie:	Vypíš zoznam tvrdení podľa zadania príkladu: **a), c)**

16. **(8b)** Nájdite priesečník/y kružnice danej stredom $S[1;3]$ s polomerom $r = 2$ a priamkou p danou bodmi $A[7;-1]$ a $B[5;1]$. Uveďte rovnicu kružnice aj priamky vo všeobecnom tvare.

Riešenie:	Kružnica k : $x^2 - 2x + y^2 - 6y + 6 = 0$. Priamka $p: -3x - 3y + 18 = 0$ alebo $p: x + y - 6 = 0$ Priesečníky - $P = [1,5]$, $Q = [3,3]$

17. **(5b)** Riešte systém rovníc na množine $\mathbb{R}\times\mathbb{R}\times\mathbb{R}$:

$$\begin{aligned} 2x+3y \quad &= -2 \\ -x+y-2z &= -10 \\ 2x+ \quad\; z &= 7 \end{aligned}$$

Riešenie:	Riešením systému rovníc je: $K = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}\times\mathbb{R}\times\mathbb{R},\ [x,y,z] = [2,-2,3]\}$ **alebo** $K = \{[x,y,z] \in \mathbb{R}\times\mathbb{R}\times\mathbb{R};\ x = 2,\ y = -2,\ z = 3\}$

18. **(5b)** Zistite hodnotu prvého člena, diferenciu aritmetickej postupnosti a tiež súčet a rozsah prvých siedmych členov ak platí:

$$\begin{aligned} -a_2 + 2a_4 &= 13 \\ a_1 - 2a_5 &= -19 \end{aligned}$$

Riešenie:	Prvý člen $a_1 = 3$ Diferencia $d = 2$

	Súčet $\sum_{i=1}^{7} a_i = 63$ a rozsah $\left\|a_1 - a_7\right\| = 12$

19. **(7b)** Vo výrokovej logike., ak použijete predikáty: Cx - x je človek Vx - x je vec, D - človek daruje človeku vec, $\exists$ - existuje, $\forall$ každý/všetko, nájdite správny preklad výroku: $(\exists xyz)\{(C(x) \wedge C(y)) \wedge V(z)) \wedge \neg D(xyz))\}$

a) Niekto dal niekomu niečo
b) Niekto nedal niekmu niečo
c) Nie každý dal každému niečo
d) Niekto dal každému niečo

Riešenie:	Vypíš zoznam tvrdení podľa zadania príkladu: **b*)***

20. **(6b)** Napíšte negáciu nasledujúceho zloženého výroku použitím pravidiel pre negácie elementárnych výrokov tak, aby výsledok obsahoval len A, B, C a operátory $\wedge$, $\vee$, $\neg$

Zistite jej pravdivostnú hodnotu, ak výroky A a B sú nepravdivé a výrok C je pravdivý.

$$(A \wedge \neg B) \Leftrightarrow \neg(A \vee C)$$

Riešenie:	Negácia zloženého výroku má tvar: $\left(A \wedge \neg B\right) \vee \left(\neg A \wedge \neg C\right) \vee \left(\neg B \wedge \neg C\right)$ *Akceptované sú aj iné logicky správne vyjadrenia negácie, ktoré obsahujú len logické spojky* $\wedge$, $\vee$, $\neg$ Pravdivostná hodnota negácie ak A a B sú nepravdivé a výrok C je pravdivý je: ***nepravda***